Interférences lumineuses

- ***Modèle scalaire de la lumière.***
  On admet qu'une lumière non polarisée peut être représentée par une grandeur scalaire, appelée vibration lumineuse, $s(M,t)$, associée à une des composantes du champ électrique dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation.

- ***Théorème de superposition.***
  On admet que, lorsque les directions de propagation des ondes qui interfèrent font des angles faibles entre elles, on peut superposer les vibrations lumineuses

$$s(M,t) = \sum_i s_i(M,t)$$

- ***Expression de la vibration lumineuse pour une lumière monochromatique :***

$$s(M,t) = A(M)e^{j(\omega t - \varphi(M))}$$

- ***Éclairement lumineux (ou intensité lumineuse) :***
  Cette grandeur correspond à la puissance reçue par unité de surface. Le temps de réponse des détecteurs étant beaucoup plus grand que la période du signal lumineux, l'éclairement est proportionnel à la valeur quadratique moyenne de la vibration lumineuse :

$$\mathcal{E}(M) = K\langle s^2(M,t)\rangle$$

  Dans le cas particulier d'une vibration monochromatique d'amplitude A :

$$\mathcal{E}(M) = \frac{K}{2}A^2(M) = \frac{K}{2}\underline{s}\,\underline{s}^*$$

- ***Indice d'un milieu T.H.I.***
  Dans un milieu Transparent Homogène Isotrope la lumière se propage rectilignement à la vitesse v telle que

$$v = \frac{c}{n}$$

  n est appelé l'indice du milieu. C'est une grandeur sans dimension telle que $n \geqslant 1$.
  Si une vibration lumineuse possède une longueur d'onde λ_0 dans le vide, sa longueur d'onde dans un milieu d'indice n vaudra $\dfrac{\lambda_0}{n}$.

- ***Chemin optique***
  Soit M et N deux points d'un même rayon lumineux. Le chemin optique (MN) correspond, à un facteur c près, au temps t_{MN} mis par la lumière pour aller de M à N.

$$(MN) = ct_{MN}$$

  Dans le vide : $(MN) = MN$
  Dans un milieu d'indice n : $(MN) = nMN$

- ***Expression du déphasage entre deux points d'un même rayon :***

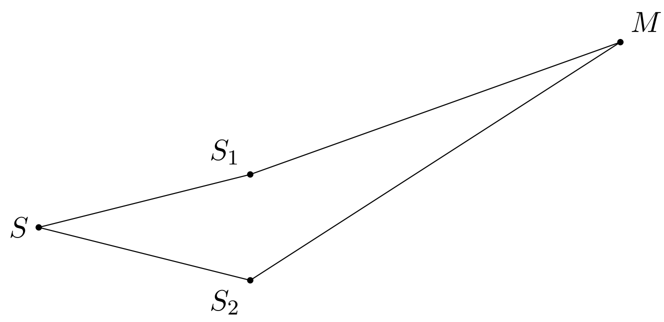
$$\varphi(N) = \varphi(M) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(MN)$$

▷ ***Conditions nécessaires à l'observation d'interférences :***

Pour observer des interférences, il faut que les deux signaux qui interfèrent soient émis par deux **sources cohérentes**, c'est-à-dire, deux sources ayant la **même pulsation** et présentant un **déphasage constant**.

Deux sources lumineuses ponctuelles différentes émettent des signaux dont le déphasage varie aléatoirement sur des échelles de temps beaucoup plus courtes que le temps caractéristique de réponse des détecteurs. Dans ce cas on n'observe pas d'interférences mais une simple addition des éclairements produits par chacune des sources.

Pour obtenir deux sources lumineuses S_1 et S_2 cohérentes il faut utiliser une source unique S et deux voies possibles pour aller de S à M.



▷ ***Éclairement résultant :***

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \underbrace{2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos\Delta\varphi(M)}_{\text{terme d'interférence}}$$

avec $\Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\left[(SS_2M) - (SS_1M)\right]$

Pour $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0$ (les deux ondes qui interfèrent ont même amplitude) :

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0(1 + \cos\Delta\varphi(M))$$

Bilan :

On considère l'interférence entre deux ondes ayant suivi deux trajets différents (1) et (2) depuis une même source S.

On appelle **différence de marche** au point M, notée $\delta(M)$, la différence de chemin optique entre les deux trajets :

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2M) - (SS_1M)$$

Le déphasage $\Delta\varphi$ entre les deux ondes est relié à la différence de marche par la relation :

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$$

On définit l'**ordre d'interférence** au point M, noté p, comme le rapport :

$$p = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda_0}$$

Ainsi

- L'éclairement est maximum pour :

$$\Delta\varphi = n2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$
$$\delta = n\lambda_0 \quad n \in \mathbb{Z}$$
$$p = n \quad n \in \mathbb{Z}$$

Il y a interférences constructives : les deux signaux sont en phase.

- L'éclairement est minimum pour

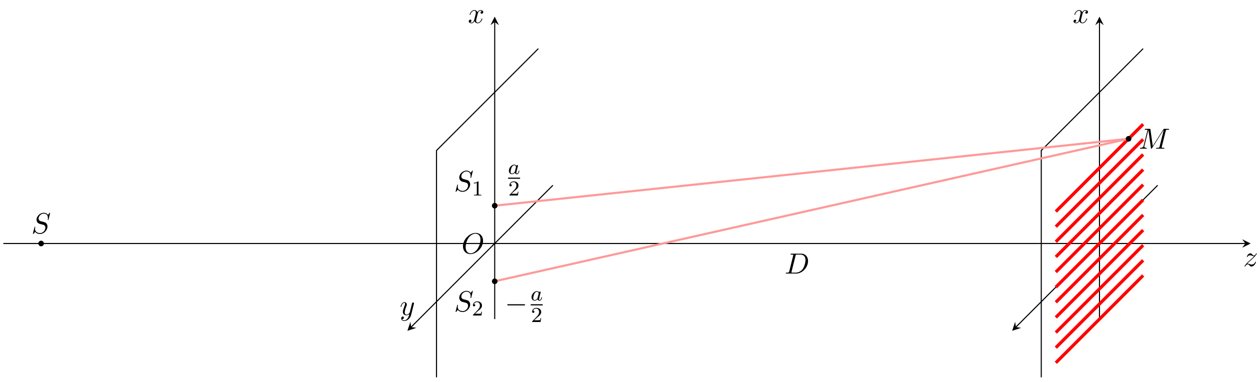
$$\Delta\varphi = \pi + n2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$
$$\delta = \frac{\lambda_0}{2} + n\lambda_0 \quad n \in \mathbb{Z}$$
$$p = n + \frac{1}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Il y a interférences destructives : les deux signaux sont en opposition de phase.
Quand les deux ondes ont même amplitude, l'éclairement minimum est nul.

▷ Savoir calculer la différence de marche dans le cas des trous d'Young, distants de a, pour un écran placé à une distance $D \gg a$:

$$S_2M - S_1M = \frac{ax}{D}$$

en prenant $n_{air} = 1$ et en supposant que les coordonnées (x, y) du point M dans le plan d'observation vérifient $|x| \ll D$ et $|y| \ll D$.



▷ ***Interfrange :***
Pour $SS_1 = SS_2$ et $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0$, l'éclairement vaut :

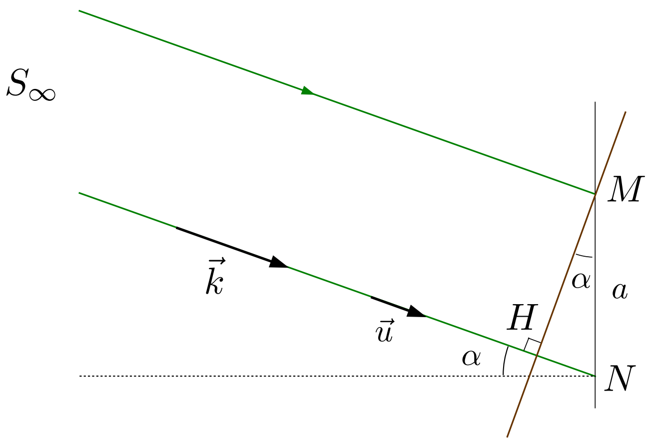
$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda_0 D}\right)\right)$$

L'interfrange i correspond à l'écart entre deux franges brillantes successives.

– dans le vide ou dans l'air assimilé au vide : $i = \dfrac{\lambda_0 D}{a}$.

– dans un milieu d'indice n : $i = \dfrac{\lambda D}{a}$ avec $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$ la longueur d'onde de l'onde lumineuse dans le milieu.

▷ Savoir calculer la différence de marche entre deux points d'une onde plane (voir schéma ci-dessous)



$$(SM) = (SH)$$

Ainsi

$$(SN) - (SM) = \cancel{(SH)} + (HN) - \cancel{(SM)} = (HM) = nHM = na\sin\alpha$$

si on opère dans le vide où dans l'air tel que $n_{\text{air}} = 1$ on peut écrire : $(SN) - (SM) = a\sin\alpha$.

Remarque :
On peut également montrer, en utilisant l'expression de la vibration lumineuse pour une onde plane, que $\varphi(N) = \varphi(M) + \vec{k} \cdot \overrightarrow{MN}$.