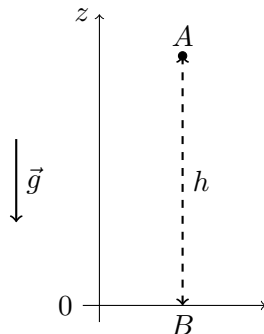


M3 - Énergie mécanique

1. Donner la définition de l'énergie mécanique : on nommera les différents termes intervenant dans cette définition.
2. Énoncer le théorème de la puissance mécanique (TPM).
3. Savoir traiter les deux exemples suivants :

(a) **Chute libre**

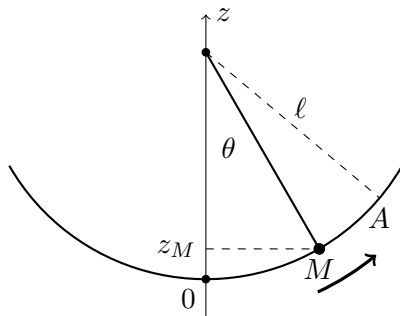
On lâche depuis une hauteur h une masse m avec une vitesse nulle. Calculer sa vitesse lorsqu'elle touche le sol. On suppose les frottements négligeables.



Réponse : $v = \sqrt{2gh}$

(b) **Pendule simple**

On lâche la masse m sans vitesse depuis le point A repéré par l'angle θ_0 . Déterminer la vitesse maximale du point matériel M en précisant en quel point elle est atteinte. On suppose les frottements négligeables.

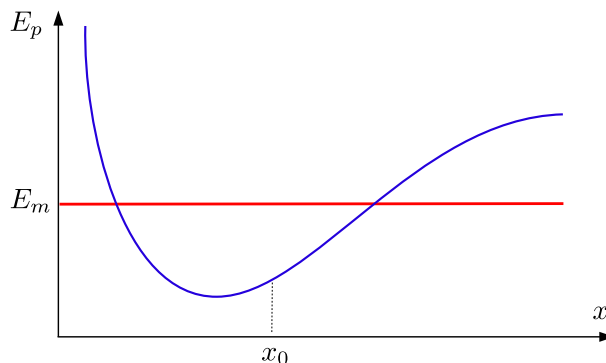


Réponse : $v_{\max} = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \theta_0)}$

atteinte en O , le point le plus bas de la trajectoire.

4. **Analyse graphique d'un mouvement conservatif**

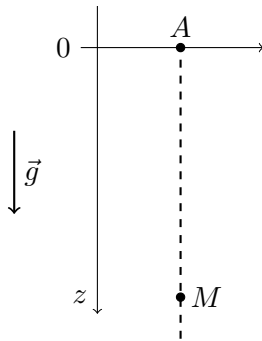
On considère un mouvement conservatif à une dimension le long d'un axe Ox . On a tracé ci-dessous le graphe de l'énergie potentielle $E_p(x)$ ainsi que la valeur E_m l'énergie mécanique.



- Qu'est-ce qu'un mouvement conservatif?
- Compte-tenu de la valeur de E_m , montrer graphiquement que le mouvement est borné et indiquer les valeurs x_{\min} et x_{\max} .
- Indiquer graphiquement la valeur de l'énergie cinétique que l'on peut relever pour une valeur x_0 donnée.

5. Équation du mouvement de chute libre.

À $t = 0$ on lâche la masse m depuis le point A sans vitesse. On suppose les frottements négligeables. À l'aide du TPM établir l'équation du mouvement reliant \ddot{z} et g . En déduire $\dot{z}(t)$ puis $z(t)$.

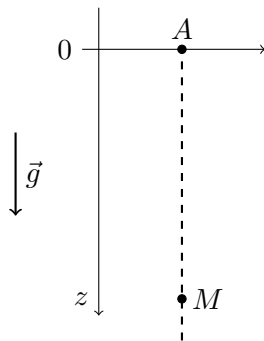


6. Équation du mouvement de chute avec frottement fluide.

À $t = 0$ on lâche la masse m depuis le point A sans vitesse. On suppose qu'il existe une force de frottement de type visqueux dont la puissance a pour expression :

$$\mathcal{P}_f = -\alpha v^2 \quad \text{avec } v = \dot{z}$$

À l'aide du TPM établir l'équation du mouvement vérifié par la vitesse v .



7. Résolution d'une l'équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficient constant

La vitesse $v(t)$ d'un point matériel en mouvement dans un référentiel donné vérifie l'équation :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = \frac{1}{\tau}v_\ell$$

- À quoi est homogène τ ?
- À quoi est homogène v_ℓ ?
- On suppose que la vitesse initiale est nulle. Déterminer la solution $v(t)$ de l'équation.
- Tracer la courbe $v(t)$ en y faisant apparaître v_ℓ et τ .

8. Détermination d'une vitesse limite

La vitesse d'un point matériel en mouvement sous l'action de la pesanteur et soumis à une force de frottement de type visqueux vérifie l'équation

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m}v = g$$

Donner l'expression de la vitesse limite v_ℓ atteinte.

9. Détermination d'une vitesse limite

La vitesse d'un point matériel en mouvement sous l'action de la pesanteur et soumis à une force de frottement quadratique vérifie l'équation

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\beta}{m}v^2 = g$$

Donner l'expression de la vitesse limite v_ℓ atteinte .