PROGRAMME DE COLLE DE PHYSIQUE

Semaine du 28/09 au 03/10

Analyse dimensionnelle

Tout exercice sur le sujet.

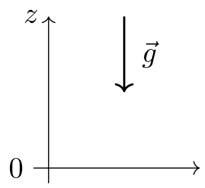
M1 - Observation d'un mouvement

Savoir exprimer l'énergie cinétique pour un mouvement 1D, dans le cas d'un mouvement rectiligne ($E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$) et d'un mouvement circulaire de rayon R ($E_c = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2$).

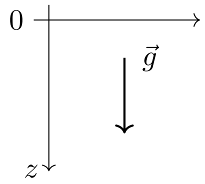
M2 - Énergie potentielle (cours + exercices)

– Notion de force et de travail d'une force. Un travail a la dimension d'une énergie : il est homogène à une force multipliée par une longueur. Une force perpendiculaire au déplacement ne travaille pas.
– Puissance d'une force. Une puissance est homogène à une énergie divisée par un temps ou à une force multipliée par une vitesse. Une force perpendiculaire au déplacement a une puissance nulle.
– Connaître les quatre interactions fondamentales : interaction gravitationnelle, interaction électromagnétique, interaction faible et interaction forte.
– Force conservative, force non conservative.

- savoir que le poids et la force élastique sont des forces conservatives
- énergie potentielle de pesanteur (pour un champ de pesanteur uniforme)



$E_{pp} = mgz + cte$



$E_{pp} = -mgz + cte$

- énergie potentielle élastique associée à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 :

$$E_{pe} = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2 + cte$$

On suppose que l'énergie potentielle ne dépend que d'une seule variable x :

- À l'équilibre $\left(\dfrac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}\right)_{x=x_e} = 0$.
- Si E_p est minimale en $x = x_e$ alors l'équilibre est stable.
  Si E_p est maximale en $x = x_e$ alors l'équilibre est instable.
- Mathématiquement
  Si $\left(\dfrac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2}\right)_{x=x_e} > 0$ alors l'équilibre est stable.
  Si $\left(\dfrac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2}\right)_{x=x_e} < 0$ alors l'équilibre est instable.

Extrait du programme :

2. Interactions conservatives	
Énergie potentielle fonction d'une seule variable spatiale	Citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur associée à un champ uniforme et de l'énergie potentielle élastique associée à un ressort.
Équilibre en référentiel galiléen	Identifier sur le graphe de l'énergie potentielle les éventuelles positions d'équilibre stable et instable. Exploiter d'autres situations où l'expression de l'énergie potentielle est fournie.

M3 - Énergie mécanique (cours+exercices)

– Énergie mécanique : $E_m = E_c + E_p$.
– Théorème de la puissance mécanique (TPM) : dans un référentiel galiléen $\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{nc}$ avec $\mathcal{P}_{nc}$ la puissance des forces non conservatives.
– Mouvement conservatif : si au cours d'un mouvement seules les forces conservatives travaillent alors $\mathcal{P}_{nc} = 0$ et $E_m = cte$.
– Mouvement conservatif à un degré de liberté. Analyse graphique du graphe de $E_p(x)$: le mouvement n'est possible que dans un domaine où $E_m \geqslant E_p$.

- en déduire le caractère borné ou non d'une trajectoire pour une valeur de E_m donnée ainsi que la valeur de l'énergie cinétique en un point donné.
- déterminer graphiquement l'énergie minimale à fournir à un système pour qu'il échappe à un puits de potentiel.

– Mouvements conservatifs

- chute libre : utiliser la conservation de l'énergie mécanique pour calculer la vitesse atteinte au bout d'une hauteur de chute h.
- pendule simple : utiliser la conservation de l'énergie mécanique pour calculer la vitesse pour un angle donné.
- chute libre : savoir établir l'équation du mouvement à partir du TPM, puis calculer le temps de chute.

– Mouvement non conservatif : chute verticale avec frottements visqueux.

- Établir l'équation du mouvement à l'aide du TPM en admettant la valeur de la puissance $-\alpha v^2$.
- Résoudre l'équation du mouvement (**savoir résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficient constant**).
- Interprétation de la courbe obtenue : vitesse limite, temps caractéristique τ.
- calcul direct de la vitesse limite

– Mouvement non conservatif : chute verticale avec frottements quadratiques.

- Établir l'équation du mouvement en admettant la valeur de la puissance $-\beta v^3$
- Détermination de la vitesse limite et estimation du temps caractéristique par analyse dimensionnelle.

Extrait du programme :

3. Énergie mécanique	
Énergie mécanique	Distinguer une énergie cinétique d'une énergie potentielle.
Conservation de l'énergie	Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle ou d'une expression d'une énergie mécanique une vitesse ou une position en des points particuliers. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement borné ou non de la trajectoire.
Non conservation de l'énergie mécanique Modèle d'ordre 1	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Énoncer le théorème liant l'énergie mécanique à la puissance des forces non conservatives. Étudier un système modélisé par une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants ; interprétation qualitative du temps caractéristique. Exploiter numériquement une interaction dissipative amenant à une équation différentielle linéaire ou non linéaire.

M4 - Oscillations libres (cours+exercices simples)

Connaissance préalable : signal sinusoïdal

– amplitude, phase, pulsation, fréquence, période d'un signal sinusoïdal. Connaître les relations

$$f = \frac{1}{T} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

– connaître les valeurs moyennes :
$\langle \cos(\omega t + \varphi) \rangle = \langle \sin(\omega t + \varphi) \rangle = 0$; $\langle \cos^2(\omega t + \varphi) \rangle = \langle \sin^2(\omega t + \varphi) \rangle = 1/2$.
– valeur efficace d'un signal. Cas d'un signal sinusoïdal.
– formes équivalentes : $x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$. Savoir passer d'une forme à l'autre.
– connaître le lien entre mouvement sinusoïdal et projection d'un mouvement circulaire uniforme.

Oscillations libres

- savoir déduire d'un potentiel harmonique l'amplitude des oscillations et la vitesse en un point donné connaissant la valeur de l'énergie mécanique.
- savoir établir l'équation du mouvement horizontal sans frottement d'un système masse-ressort sous la forme
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
et connaître sa solution : $x(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t = x_m \cos(\omega t + \varphi)$.
Savoir déduire A et B des conditions initiales en position et en vitesse. On constate l'isochronisme des oscillations.
- Description du mouvement harmonique : tracé de $x(t)$ et $\dot{x}(t)$; points d'arrêt, point de vitesse maximale.
- Étude énergétique du mouvement harmonique : tracé de $E_c(t)$ et $E_p(t)$. On vérifie $E_m = E_c + E_p = cte = \frac{1}{2} k x_m^2$.
- Savoir établir l'équation du mouvement vertical sans frottement d'une masse accrochée à un ressort. En notant $X = x - x_e$ l'écart à la position d'équilibre x_e, on retrouve l'équation de l'oscillateur harmonique $\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0$.
- Généralisation : l'équation $\ddot{x} + \omega_0^2 x = K$ avec $K = \omega_0^2 x_e$, x_e correspondant à la position d'équilibre, admet comme solution :
$$x(t) = x_e + A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t = x_e + x_m (\cos \omega t + \varphi)$$
les constantes A et B (ou x_m, φ) se déduisant des conditions initiales en position et en vitesse.
- Portrait de phase de l'oscillateur harmonique.
- Approximation harmonique : savoir effectuer un développement limité à l'ordre 2 de l'énergie potentielle au voisinage d'une position d'équilibre stable avec $\left(\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{\mathrm{d}x^2}\right)_{x=x_e} > 0$ pour retrouver l'équation de l'oscillateur harmonique :
$$\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0 \qquad \text{avec } X = x - x_e \quad \text{et } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{m}\left(\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{\mathrm{d}x^2}\right)_{x=x_e}}$$
- Pendule simple : savoir établir l'équation des petites oscillations en effectuant un développement limité à l'ordre 2 de E_p au voisinage de 0.
$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0 \quad \text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$
il y a alors **isochronisme des petites oscillations**.
Pour des oscillations d'amplitude plus élevées savoir déduire de $\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = 0$ l'équation du mouvement :
$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$$
Portrait de phase du pendule simple : savoir commenter les différentes trajectoires de phase.

Oscillations amorties :
On reprend l'étude du mouvement horizontal d'une masse et on ajoute un amortisseur qui crée une force d'amortissement de puissance $\mathcal{P}_{nc} = -\alpha v^2$.

- savoir établir l'équation du mouvement et la mettre sous la forme

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

  savoir nommer et interpréter ω_0 et Q.
- savoir lui associer l'équation caractéristique :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0$$

- $\Delta < 0$ ($Q > 1/2$) : régime pseudo-périodique : savoir établir l'expression de la solution et la tracer. Estimation graphique du facteur de qualité (pour $Q \geqslant 5$). Interprétation énergétique du facteur de qualité (pour $Q \geqslant 5$) admise. Décrément logarithmique δ : savoir retrouver à partir de la formule fournie $\delta \simeq \frac{\pi}{Q}$ (pour $Q \geqslant 5$).
- $\Delta = 0$ ($Q = 1/2$) : régime critique. Savoir établir l'expression de la solution et la tracer.
- $\Delta > 0$ ($Q < 1/2$) : régime apériodique. Savoir établir l'expression de la solution et la tracer.
  On remarque que c'est le régime critique qui permet le retour le plus rapide à la position d'équilibre.
  – Portraits de phase associés aux trois régimes.
- Généralisation : connaître la forme générale des solutions de l'équation

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_e$$

- Analogie électrique : à partir de l'équation différentielle fournie, savoir établir des équivalences avec le problème mécanique et retrouver par identification l'expression de la pulsation propre et le facteur de qualité.

Outils mathématiques à maîtriser :

– résolution d'une équation différentielle du second ordre linéaire à coefficients constants (cf polycopié).

– développement limité d'une fonction au voisinage d'un point

– connaître le D.L. à l'ordre 2 de $\cos\theta$ au voisinage de 0 : $\cos\theta = 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$.

4. Oscillations libres	
Interprétation avec le graphe de l'énergie potentielle	Expliquer l'existence d'oscillations autour d'une position d'équilibre stable. Prévoir l'amplitude des oscillations et la vitesse maximale.
Oscillateur non amorti	Identifier et utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique. Étude expérimentale d'un oscillateur harmonique.
Portrait de phase	Interpréter un portrait de phase fourni ou relevé expérimentalement.
Non conservation de l'énergie mécanique. Modèle d'ordre 2	Utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique amorti par frottements fluides. Résoudre et interpréter les solutions de l'équation différentielle canonique. Identifier les différents régimes et exploiter les courbes. Commenter le cas où le facteur de qualité est grand devant 1. Relier facteur de qualité et facteur d'amortissement.