

TD - Ondes électromagnétiques dans le vide

Données :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
- Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

1 Description d'OEMPPHPR

Donner la direction de propagation ainsi que la direction de polarisation des ondes associées aux champs électriques suivants et représenter le champ électrique dans chaque cas.

$$\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} E_x = E_0 \cos(\omega t - ky) \\ E_y = 0 \\ E_z = 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}_2 = \begin{pmatrix} E_x = \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - kz) \\ E_y = \frac{\sqrt{3}E_0}{2} \cos(\omega t - kz) \\ E_z = 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}_3 = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{kx+kz}{\sqrt{2}}\right) \\ E_z = 0 \end{pmatrix}$$

2 Calcul du nombre de photons traversant une surface

On reprend l'exemple du faisceau laser He-Ne, de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, de section $S = 1,0 \text{ mm}^2$ et de puissance $\mathcal{P} = 1,0 \text{ mW}$ étudié en cours.

Calculer le nombre de photons traversant la section S du faisceau par unité de temps.

On donne la constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

3 Oral ATS 2018

On considère un champ électrique de la forme :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) + \varphi_0\right) \vec{u}_x$$

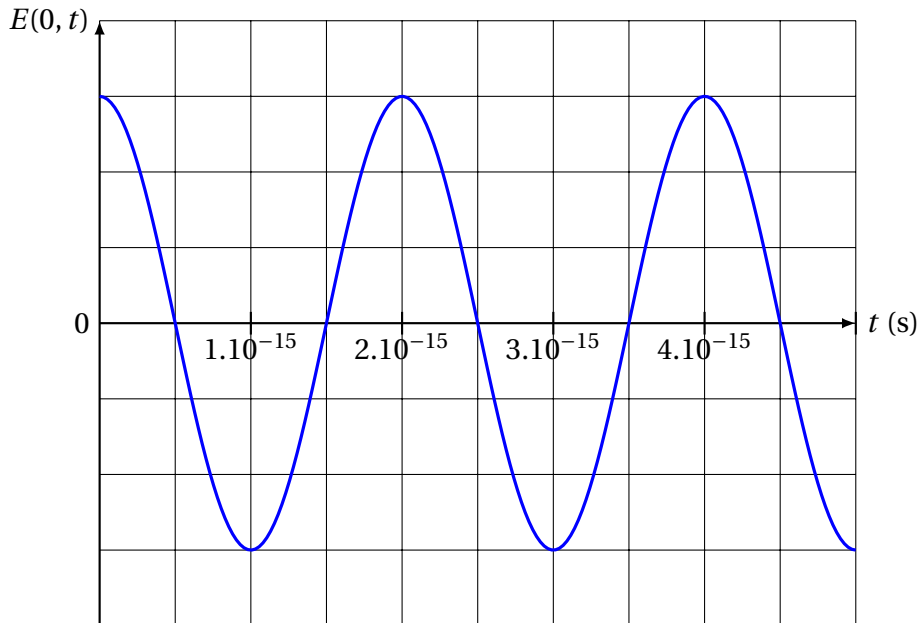
1. Donner les équations de Maxwell dans le vide.
2. Déterminer l'expression du champ magnétique à partir de l'équation de Maxwell-Faraday.
3. Donner la définition du vecteur de Poynting puis calculer son expression et sa valeur moyenne temporelle.

4 Oral ATS 2018

On donne une OPPM (*onde plane progressive monochromatique*) :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y = E(x, t) \vec{e}_y$$

1. Quelle est sa direction de propagation ?
2. Quelle est sa direction de polarisation ?
3. On donne le graphe de $E(x = 0, t)$. En déduire T , f et λ .



4. Tracer $E(x, t = 0)$ puis $E(x, t = T/4)$.

5 Structure transverse d'une onde plane

On revient sur la capacité exigible au programme :

Démontrer le caractère transverse des champs électrique et magnétique dans le cas d'une onde plane.

On considère une onde électromagnétique plane dont les champs électrique et magnétique s'expriment sous la forme :

$$\vec{E}(M) = \vec{E}(x, t) = E_x(x, t) \vec{u}_x + E_y(x, t) \vec{u}_y + E_z(x, t) \vec{u}_z$$

$$\vec{B}(M) = \vec{B}(x, t) = B_x(x, t) \vec{u}_x + B_y(x, t) \vec{u}_y + B_z(x, t) \vec{u}_z$$

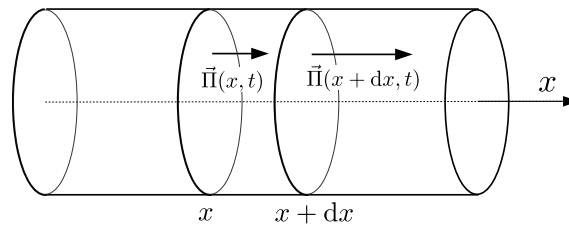
On se place dans le vide.

1. Exprimer les équations de Maxwell dans le vide.
2. Dédire de l'équation de Maxwell-Gauss que la composante suivant \vec{u}_x du champ électrique s'exprime sous la forme $E_x(x, t) = f(t)$.
3. Dédire de l'équation de Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson) que la composante suivant \vec{u}_x du champ magnétique s'exprime sous la forme $B_x(x, t) = g(t)$.
4. À l'aide de la relation de Maxwell-Faraday montrer que $g'(t) = 0$.
5. À l'aide de la relation de Maxwell-Ampère montrer que $f'(t) = 0$.
6. Sachant qu'on s'intéresse à une onde, donc à un signal dépendant du temps et non à des champs stationnaires, en déduire la structure transverse de l'onde plane électromagnétique.

6 Équation de Poynting unidimensionnelle dans le vide

On considère une onde électromagnétique plane progressive se propageant dans le vide dans le sens des x croissants.

1. Rappeler l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$. Préciser son sens et sa direction en le justifiant. Rappeler son unité SI.
2. Rappeler l'expression générale de la densité volumique d'énergie électromagnétique w_{em} et donner son unité SI.
3. Dans le vide, l'énergie électromagnétique véhiculée par l'onde ne peut pas être convertie en une autre forme d'énergie. Faire un bilan d'énergie sur une "tranche de vide" comprise entre x et $x + dx$ entre les instants t et $t + dt$.



Montrer que la conservation de l'énergie électromagnétique dans le vide s'exprime sous la forme :

$$\frac{\partial w_{em}}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial \Pi}{\partial x}(x, t) = 0$$

4. Que devient cette expression à trois dimensions?
5. Donner d'autres exemples d'équation de conservation en physique.

7 Onde électromagnétique plane progressive

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide.

1. Rappeler l'équation aux dérivées partielles à laquelle satisfont les champs électriques et magnétiques, $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$.
2. On suppose que le champ électrique est de la forme : $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$.
 - (a) Quelle équation doit satisfaire k pour que ce champ soit solution de l'équation rappelée à la question 1?
 - (b) Quelles sont la direction, le sens et la vitesse de propagation de cette onde?
 - (c) Quel est l'état de polarisation de cette onde?
 - (d) Calculer le champ magnétique \vec{B} associé à \vec{E} ainsi que le vecteur de Poynting de l'onde.
3. La puissance moyenne rayonnée par cette onde à travers une surface $S = 4,0 \text{ mm}^2$ orthogonale à sa direction de propagation est $P = 10 \text{ W}$. Calculer les amplitudes E_0 et B_0 des champs électrique et magnétique.

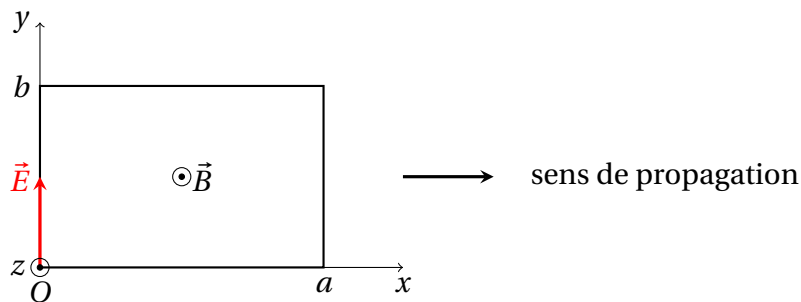
8 Capteur d'onde électromagnétique ★ ★ ★

Une source S émet de manière isotrope (c'est-à-dire de la même manière dans toutes les directions) des ondes électromagnétiques de longueur d'onde $\lambda = 25$ m avec une puissance moyenne $\mathcal{P} = 500$ W.

Un cadre formé de $N = 50$ spires conductrices, est placé dans le plan xOy à la distance $d = 100$ km de la source. À cette distance, on admet que l'onde a localement la structure d'une onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement.

Le cadre est de forme rectangulaire, de dimension $a = 1,25$ m et $b = 0,80$ m (cf figure). Il est disposé normalement au champ magnétique \vec{B} de l'onde issue de S supposée polarisée rectilignement suivant \vec{u}_y et de champ électrique $\vec{E}(0, t) = E_0 e^{j\omega t} \vec{u}_y$ en $x = 0$.

1. Sachant que l'onde se propage dans le sens des x croissants, donner une expression de $\vec{E}(x, t)$. En déduire une expression de $\vec{B}(x, t)$.
2. Justifiez que l'on puisse, en première approximation, considérer le champ électromagnétique uniforme à l'échelle du cadre.
3. En supposant le champ magnétique uniforme sur toute la surface du cadre et égal à sa valeur en O , exprimer le flux magnétique $\phi(t)$ qui traverse le cadre à l'instant t .
4. Exprimer la valeur efficace e_{eff} de la f.e.m induite dans le cadre en fonction de E_0 , a , b , λ et N , puis en fonction de a , b , c , d , λ , μ_0 , N et \mathcal{P} . Faire l'application numérique.



9 Découpe laser (Oral CCP) ★ ★ ★

On souhaite découper 150 plaques d'acier de longueur $L = 1$ m sur toute leur longueur en 1 heure à l'aide d'un laser de puissance $P = 1$ kW, de longueur d'onde $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$, de section $s = 0,5 \text{ mm}^2$. On a le choix entre des plaques d'épaisseur 1, 2, 5, 10 ou 15 mm.

1. Quelle épaisseur maximale pouvons-nous choisir ?
2. Qualifier le domaine de fréquence dans lequel le laser fonctionne ?
3. Calculer l'amplitude du champ électrique émis par le laser ainsi que le flux de photons (nombre de photons reçus par unité de surface et par unité de temps).

Données :

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Constante de Planck $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Masse volumique du fer $\mu_{\text{Fe}} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Température de fusion du fer $T_{\text{fus}} = 1535^\circ\text{C}$.

Capacité thermique massique du fer $c_{\text{Fe}} = 444 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Enthalpie massique de fusion du fer $\ell_{\text{fus}} = 267 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.