TD EM 3 - Conduction électrique

1 Vitesse des porteurs de charge

Un fil de cuivre de section $S = 1,0$ mm^2 est traversé par un courant constant d'intensité $I = 1,0$ A.

1. Sachant que chaque atome de cuivre libère un électron mobile (dit *électron libre*), calculer le nombre n^* d'électrons libres par unité de volume dans le cuivre.
2. Exprimer puis calculer la vitesse d'ensemble v des électrons libres dans le fil considéré.

constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,0.10^{23}$ mol^{-1}
masse volumique du cuivre : $\rho = 8,9.10^3$ kg.m^{-3}
masse molaire du cuivre : $M = 63,5.10^{-3}$ kg.mol^{-1}
charge de l'électron : $-e = -1,6.10^{-19}$C

2 Densité volumique de courant

Soit une solution électrolytique contenant $c = 1,1$ mol/L d'ions Cl^-. Ces ions acquièrent une vitesse moyenne de $v_0 = 1,0.10^{-4}$ m.s^{-1}. Calculer la densité volumique de courant au sein de la solution ainsi que l'intensité traversant une section carré de côté $a = 1,0$ cm.
On pourra utiliser les données numériques de l'exercice précédent.

3 Évanescence des charges volumiques dans un conducteur $\star$

Soit un métal de conductivité γ soumis à un champ $\vec{E}$. On donne $\varepsilon_0 = 8,8.10^{-12}$ SI.

1. Rappeler l'équation de conservation de la charge, l'équation de Maxwell- Gauss et la loi d'Ohm locale.
2. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la densité volumique de charge ρ dans le matériau.
3. Résoudre cette équation sachant qu'il y a un amas de charges tel que $\rho(0) = \rho_0$ à la date $t = 0$.
4. Exprimer puis calculer l'ordre de grandeur du temps caractéristique de disparition de l'amas de charges.
5. En déduire jusqu'à quelle fréquence de travail (imaginez le milieu soumis à une tension sinusoïdale) on peut négliger la présence de charges dans un métal et considérer $\rho \simeq 0$.

4 Conductivité à haute fréquence $\star$

Dans un conducteur métallique les électrons libres (charge $-e$, masse m) de densité volumique n ont une vitesse d'ensemble $\vec{v}$ par rapport au réseau cristallin et sont soumis de la part de ce dernier à une force de "frottement" empirique en $-m\vec{v}/\tau$. La gravité sera négligée.

1. Donner l'origine de cette force et donner un interprétation de τ.
2. Les électrons sont d'abord soumis à l'action d'un champ électrique stationnaire $\vec{E}_0$. En appliquant le PFD à un électron libre, déterminer l'expression de sa vitesse limite $\vec{v}_\ell$.
3. En déduire l'expression de σ_0, la conductivité électrique du conducteur en régime stationnaire, définie par $\vec{\jmath} = \sigma_0 \vec{E}_0$.
4. Désormais, les électrons sont mis en mouvement sinusoïdal forcé sous l'action d'un champ électrique $\underline{\vec{E}} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$. En appliquant le PFD à un électron libre, déterminer l'expression de sa vitesse $\underline{\vec{v}}$ en régime sinusoïdal forcé. On posera $\underline{\vec{v}} = \underline{\vec{v}_0}\, e^{j\omega t}$.
5. En déduire l'expression de la densité de courant et établir une loi d'Ohm complexe $\underline{\vec{\jmath}} = \underline{\sigma}\,\underline{\vec{E}}$. On exprimera la conductivité complexe $\underline{\sigma}$ en fonction de σ_0 et de $\omega\tau$.
6. Commenter la valeur de $\underline{\sigma}$ dans les cas extrêmes $\omega\tau \ll 1$ et $\omega\tau \gg 1$.

5 Risque d'électrocution par le sol ⋆⋆⋆

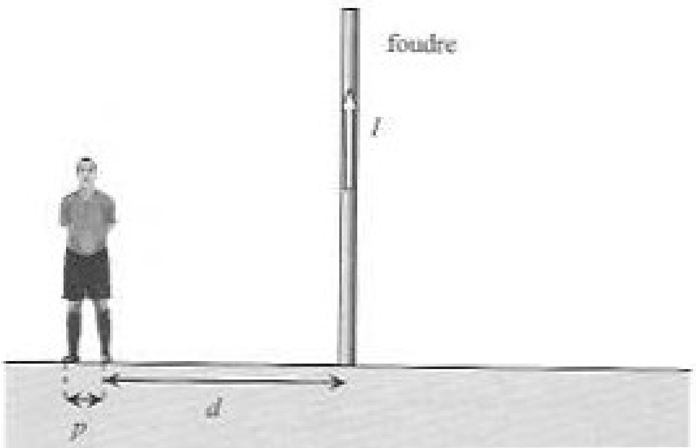
Lors d'un orage, il est fortement déconseillé de s'abriter sous un arbre isolé. Cet exercice propose d'en comprendre la raison et le risque encouru.
On modélise la foudre par un fil semi-infini vertical parcouru par un courant électrique ascendant d'intensité I. Dans le sol supposé resté neutre, on suppose que le courant se propage radialement selon le point d'impact de la foudre avec le sol et cela de manière isotrope (c'est-à-dire équitablement répartie selon les différentes directions). Le sol est conducteur et possède une conductivité électrique notée γ.

1. Déterminer l'expression du vecteur densité de courant $\vec{\jmath}(M)$ en un point quelconque dans le sol.
2. En déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$, puis du potentiel électrique $V(M)$ en un point M quelconque dans le sol en supposant le potentiel nul à l'infini. Quelle est la forme des surfaces équipotentielles ? On rappelle le lien entre $\vec{E}(M)$ et $V(M)$:

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V \text{ avec}$$

$$\overrightarrow{\text{grad}}\, V = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

   Une personne se tient debout de profil à une distance d du point d'impact. Ses deux pieds sont séparés d'une distance p, supposée très petite devant d. La résistance électrique du corps entre ses deux pieds vaut R. La personne subira des séquelles du fait du passage du courant à travers son corps si l'intensité dépasse une valeur seuil notée i_{max}.

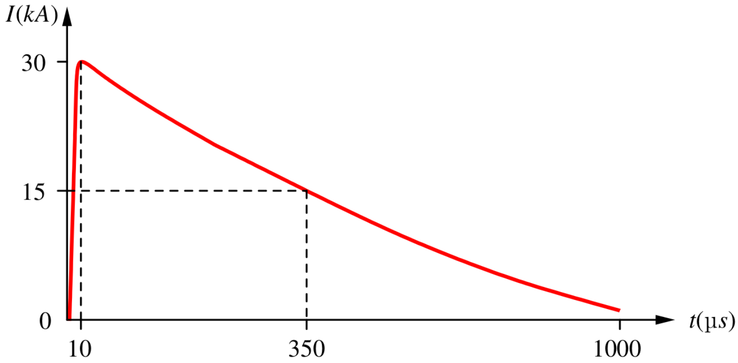


3. En supposant que la présence de la personne ne modifie pas le potentiel électrique créé dans le sol par la foudre, donner l'expression de la distance minimale d_{min} de la foudre pour qu'il n'y ait pas de danger pour la personne.

   Indication : on calculera d'abord la différence de potentiel entre les deux pieds, puis on en déduira l'intensité circulant dans le corps.
4. Répondre à la problématique initiale en s'appuyant sur les valeurs suivantes : $I = 10$ kA, $\gamma = 2.10^{-2}$ S.m^{-1} et $R = 2$ kΩ. Si le cœur est traversé par un courant d'intensité supérieur à $i_{max} = 50$ mA, il y a risque de défibrillation cardiaque pouvant entraîner la mort.

6 Paratonnerre ⋆⋆⋆

On fournit deux documents : l'un représentant en fonction du temps l'intensité du courant transportée par un éclair, et l'autre décrivant une pointe de paratonnerre de la marque *Duval Messien* :



Acier inoxydable, longueur 2 m, masse $4,5$ kg.
Données complémentaires :
– masse volumique de l'acier : $\mu_a = 8.10^3$ kg.m^{-3}
– conductivité électrique de l'acier : $\gamma_a = 5,9.10^6$ S.m^{-1}.

1. Évaluer la charge totale Q transportée par l'éclair.
2. Calculer la résistance électrique R du paratonnerre.
3. Évaluer l'énergie totale E_J reçue par effet Joule par le paratonnerre. On précisera tous les détails de la modélisation choisie.
4. L'ordre de grandeur des chaleurs latentes de fusion des métaux est de 1 MJ.kg^{-1}. Qu'en conclure ?