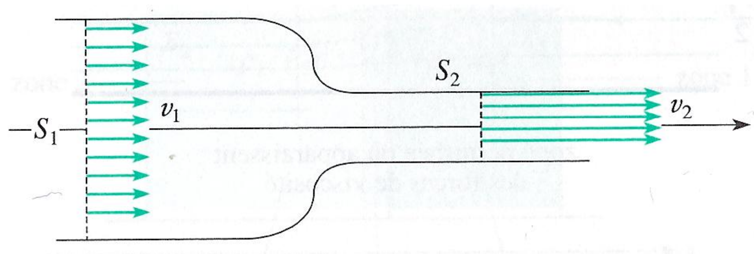
TD - MF2 Description d'un fluide en écoulement stationnaire

1 Écoulement d'un fluide incompressible dans un rétrécissement de conduite.

On considère l'écoulement d'un fluide incompressible dans une conduite présentant un rétrécissement.
La section diminue de S_1 vers S_2. La vitesse du fluide est supposée constante sur chaque section, v_1 au niveau de S_1 et v_2 au niveau de S_2.

1. Quelle relation relie v_1, v_2, S_1 et S_2 ? Comparer v_1 et v_2.
2. Tracer l'allure des lignes de courant.

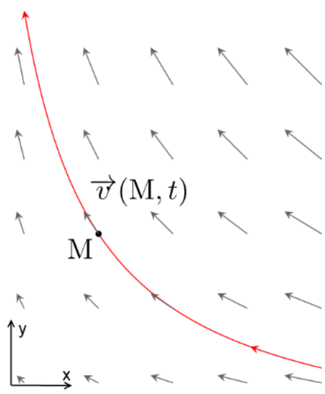


2 Étude d'un champ de vitesse

On fournit la carte du champ de vitesse :

$$\vec{v} = -kx\vec{u}_x + ky\vec{u}_y$$

1. Quelle est la dimension de k ?
2. À quoi correspond la courbe tracée ?
3. L'écoulement est-il rotationnel ? divergent ?



3 Mouvement circulaire rotationnel

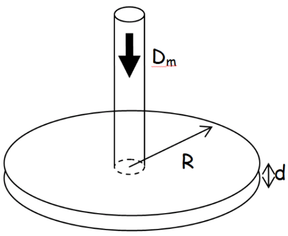
On considère un écoulement stationnaire dont le champ de vitesse en coordonnées cartésiennes est défini en tout point par :

$$\vec{v} = -ay\vec{u}_x + ax\vec{u}_y \quad \text{avec } a \in \mathbb{R}^*$$

1. L'écoulement est-il divergent ?
2. L'écoulement est-il irrotationnel ?
3. Déterminer les trajectoires des particules fluides et préciser leur sens de parcours en fonction du signe de a ($\star\star$).
4. Comment varie le module de la vitesse en fonction de la distance à l'origine ?
5. Comparer ce champ de vitesse à celui existant en tout point d'un solide tournant autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire ω constante (cours de SI). Commenter.

4 Fontaine ⋆⋆

Soit l'écoulement stationnaire produit par une pompe, imposant un débit d'eau $D_m = 200$ kg/min dans une canalisation cylindrique débouchant sur un espace circulaire contenu entre deux disques parallèles de rayon $R = 10$ cm séparés de $d = 1,0$ cm. Calculer la vitesse avec laquelle l'eau est éjectée en périphérie. On suppose connue la masse volumique de l'eau.

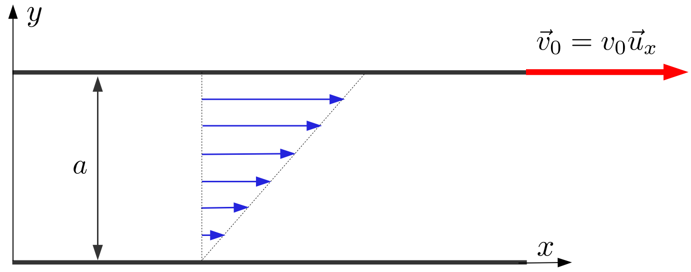


Réponse : $0,53$ m.s^{-1}

5 Débit d'un écoulement de Couette plan ⋆⋆

On considère l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux plaques parallèles infinies distantes de a : une plaque fixe placée dans le plan $y = 0$ et une plaque se déplaçant à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$. On peut montrer que le champ des vitesses est de la forme :

$$\vec{v} = v_0 \frac{y}{a}\vec{u}_x$$



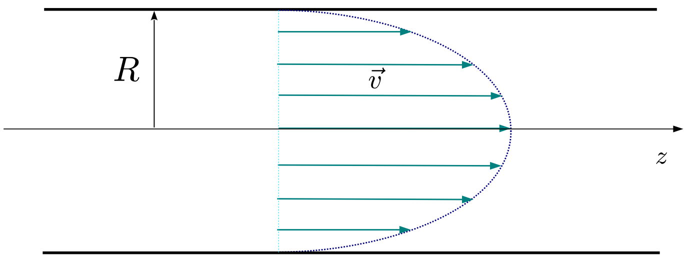
Déterminer le débit volumique à travers une section rectangulaire, placée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement, de hauteur a suivant y et de largeur L suivant z.

Réponse : $D_v = \frac{aL}{2}v_0$

6 Écoulement de Poiseuille cylindrique ⋆⋆

On peut montrer, dans le cadre de la mécanique des fluides, que le champ de vitesse pour un fluide visqueux incompressible, de coefficient de viscosité η, s'écoulant de manière stationnaire dans un cylindre de rayon R, de longueur L est de la forme :

$$\vec{v} = V_0\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\vec{u}_z$$



avec $V_0 = \dfrac{\Delta p R^2}{4\eta L}$, où Δp représente la chute de pression entre l'entrée et la sortie de la conduite.

1. Que représente V_0 ? Commenter son expression. Quelle est la vitesse du fluide sur les parois ?
2. L'écoulement est-il divergent ? Est-il rotationnel ?
3. On note ρ la masse volumique du fluide. Calculer le débit massique de fluide dans la conduite en fonction de V_0, R et ρ.

https://www.youtube.com/watch?v=P05yYbnApFc

Réponse : $D_v = \frac{V_0}{2}\pi R^2 = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\eta L}$ et $D_m = \rho D_v$.

7 Propagation d'un front d'onde ⋆⋆⋆

On considère un écoulement de fluide à vitesse constante u dans un tuyau supposé indéformable de section S.
À l'aide d'un robinet, on arrête brutalement cet écoulement : une zone de discontinuité de pression et de masse volumique remonte alors le tuyau.

Établir une relation entre c, u, ρ_1 et ρ_2 en exprimant la conservation de la masse

- en se plaçant dans un référentiel fixe par rapport au robinet
- en se plaçant dans le référentiel lié à la zone de discontinuité (et donc où cette zone apparaît fixe).