TD - M7 - Ondes

1 Ondes progressives harmonique

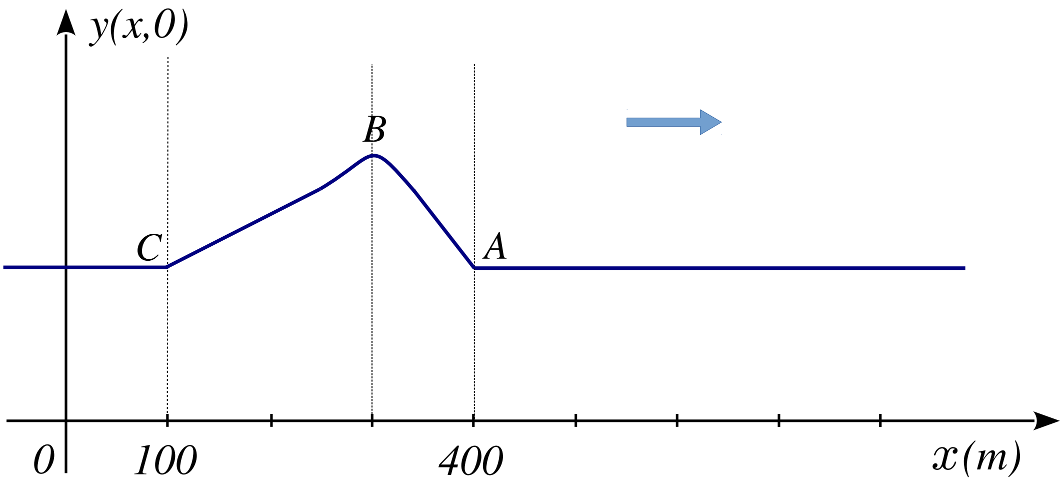
Donner la période, la fréquence, la pulsation et la longueur d'onde associée au signal

$$s(x,t) = 5\sin(2,4.10^3\pi t - 7,0\pi x + 0,7\pi)$$

2 Mascaret

Le mascaret est une vague solitaire remontant un fleuve au voisinage de son estuaire, et provoquée par l'interaction entre son écoulement et la marée montante.

On considère ici un mascaret se déplaçant à la vitesse $c = 20$ km.h^{-1} le long d'un fleuve rectiligne et on définit un axe (Ox) dans la direction et le sens de sa propagation.
À un instant $t_0 = 0$, le profil du niveau de l'eau du fleuve a l'allure suivante :



1. Faire un schéma du profil du niveau du fleuve à $t_1 = 1,5$ min (1 min 30 s), en supposant que l'onde se propage sans déformation.
2. Un surfeur attend sur sa planche au niveau de l'abscisse $x_s = 2,0$ km. À quel instant va-t-il être atteint par la vague ?
3. Un détecteur fixe, enregistrant le hauteur du fleuve en fonction du temps, est placé à l'abscisse $x_d = 1,4$ km. Dessiner l'allure du signal enregistré $y(x_d,t)$ en fonction de t (on choisira une échelle où t est en minutes). On justifiera son tracé.

3 Vitesse limite des trains électriques

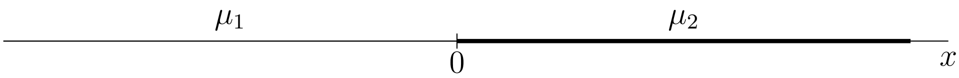
Le pantographe est le dispositif articulé des locomotives électriques (TGV par exemple) en contact avec les caténaires : fils conducteurs sous tension chargés d'alimenter le train. Ces derniers ont un diamètre d de 12 mm et sont en cuivre de masse volumique $\rho = 8,910^3$ kg.m^{-3}.

Le passage du pantographe, et la force de soulèvement verticale qu'il exerce sur la caténaire, la fait osciller selon une amplitude pouvant atteindre 30 cm à très grande vitesse. En pratique la tension mécanique des caténaires est assurée par des tendeurs munis de contrepoids de 1000 kg (cylindre sur la photo ci contre).

1. En utilisant directement le résultat établi en cours, déterminer la vitesse c à laquelle se déplace, le long de la caténaire, l'onde mécanique provoquée par les coups de pantographe. Que se passe-t-il si le train dépasse celle-ci ?
2. Proposez des solutions pratiques (et critiquez les) permettant d'augmenter cette vitesse de propagation (record TGV est : 574 km/h) ? Comment varie c en été ?

4 Réflexion transmission sur une discontinuité de milieu ⋆⋆

On considère une corde très longue et composée de deux tronçons, l'un de masse linéique μ_1, l'autre de masse linéique μ_2 la tension étant toujours T. On néglige la masse du nœud en $x = 0$.



On suppose qu'arrive depuis $-\infty$ une onde sinusoïdale $\underline{y}_i(t,x) = a\, e^{j(\omega t - k_1 x)}$.
La résolution des équations de propagation dans chacun des milieux induit l'existence d'une onde transmise au milieu (2) $\underline{y}_t = a\, \underline{t}\, e^{j(\omega t - k_2 x)}$ et d'une onde réfléchie dans le milieu (1) $\underline{y}_r = a\, \underline{r}\, e^{j(\omega t + k_1 x)}$.
Déterminer les coefficients de transmission $\underline{t}$ et de réflexion $\underline{r}$ à l'aide des conditions aux limites en $x = 0$. On exprimera d'abord $\underline{t}$ et $\underline{r}$ en fonction de k_1 et k_2 puis en fonction de c_1 et c_2. Vérifier la validité de ces formules en considérant des cas particuliers.

5 Deux cordes de guitares.

Une corde de guitare de 64 cm de longueur possède une masse de $7,3.10^{-4}$ kg : son mode fondamental de résonance est à $f_{sol_3} = 196$ Hz (note *sol* de la troisième octave sur un piano). Une autre corde de la même guitare possède la même tension, mais son mode fondamental est à $f_{mi_4} = 329,6$ Hz (note *mi* de la quatrième octave sur un piano) : quelle est sa masse linéique ?

Réponse : $\mu_{mi_4} = 4,0.10^{-4}$ kg.m^{-1}

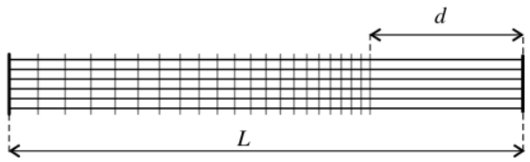
6 Passage d'un mode au mode supérieur

Une corde a une extrémité reliée à un vibreur et l'autre qui est fixée. Lorsque le vibreur oscille à 600 Hz, il on observe 3 fuseaux. Quelle doit-être la fréquence du vibreur pour produire un fuseau supplémentaire ?

Réponse : $f_4 = \frac{4}{3} f_3 = 800$ Hz

7 Frettes d'une guitare

Les frettes placées le long du manche d'une guitare permettent au musicien de modifier la hauteur du son produit par la corde. En pressant la corde contre une frette, il diminue sa longueur, sans modifier sa tension, provoquant ainsi une augmentation de la fréquence fondamentale de vibration de la corde.



1. Retrouver rapidement la fréquence de vibration fondamentale d'une corde de longueur L le long de laquelle les ondes se propagent à la célérité c.
2. La note monte d'un demi-ton lorsque la fréquence est multipliée par $2^{\frac{1}{12}}$. Pour cela, comment doit-on modifier la longueur de la corde ?
3. En plaçant le doigt sur les frettes successives on monte à chaque fois la note d'un demi-ton. Combien de frettes peut-il y avoir au maximum, sachant que la distance d entre la dernière frette et le point d'accrochage de la corde doit être supérieure à $\frac{L}{4}$?

8 Diapason

Pour jouer d'un instrument de musique, il faut en général : un excitateur qui provoque des vibrations, un élément vibrant qui va mettre en vibration les molécules de l'air et enfin un résonateur qui amplifie le son. Pour un diapason, l'excitateur est le choc du diapason contre un élément dur, l'élément vibrant est le diapason (quand on tient le diapason, on le sent vibrer). Cependant il faut le rapprocher de son oreille pour entendre le bruit qu'il produit. Le son n'est pas amplifié.
Pour mieux entendre le son du diapason, on le fixe sur une cavité (ou caisse de résonance) de type tuyau sonore ouvert d'un côté et fermé de l'autre.

Déterminer la longueur minimale de la caisse de résonance sur laquelle on peut placer un diapason de 440 Hz. On prendra $c = 340$ m.s^{-1} comme vitesse de propagation du son dans l'air.

9 Corde excitée par un vibreur ⋆⋆⋆

Une corde délimitée par ses abscisses $x = 0$ et $x = L$ est excitée en $x = 0$ par un vibreur. Celui-ci impose un déplacement vertical de l'extrémité gauche de la corde $y_v(t) = y_0 \sin(\omega t)$, où ω est la pulsation du vibreur et y_0 son amplitude. L'extrémité droite est fixée. On note $y(x,t)$ la hauteur de la corde par rapport à sa position horizontale.

1. Quelles conditions aux limites a-t-on en $x = 0$ et $x = L$?

On cherche $y(x,t)$ sous la forme :

$$y(x,t) = A\sin(\omega t + \varphi)\sin(kx + \psi) \quad \text{avec } k = \frac{\omega}{c}$$

2. De quel type-d'onde s'agit-il ?
3. À l'aide des conditions aux limites, établir les relations vérifiées par A, φ et ψ. En déduire l'expression de $y(x,t)$.
4. Pour quelle valeur de k l'amplitude de la vibration devient-elle très grande ? Retrouver la condition établie en cours.
5. En cours, on a obtenu les mêmes fréquences propres en considérant que l'extrémité liée au vibreur était un nœud de vibration. Discuter cette hypothèse.
6. Le calcul de l'amplitude A fournit une valeur qui tend vers l'infini lorsque la fréquence tend vers une fréquence propre. Or on observe des amplitudes importantes mais finies pour ces fréquences. Analyser.