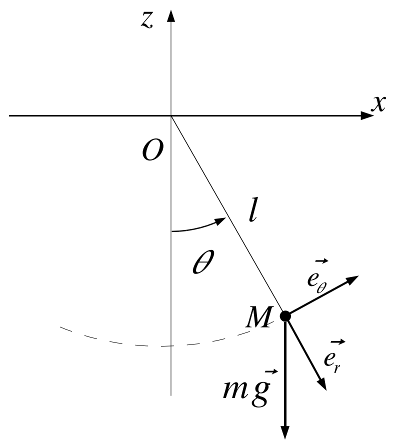
TD - M5 - Principe fondamental de la dynamique

1 Projection



Projeter le poids $m\vec{g}$ sur la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$:

$m\vec{g} =$

2 La tour infernale

Par une journée de grand vent, un gratte-ciel de 400 m de hauteur oscille de manière appréciable. Un accéléromètre placé en haut de la tour indique que la norme de l'accélération causée par l'oscillation atteint une valeur maximale $a_m = 0,345$ m.s^{-2} à intervalles réguliers espacés de $\Delta t = 5,94$ s. Déterminer l'amplitude des oscillations (supposées harmoniques) du sommet de la tour.

Réponse : $1,23$ m

3 Évaluation d'une accélération

Dans un article de Pour la science [1], on s'intéresse aux accéléromètres placés sur une commande de jeu vidéo. Il y est écrit : *"Elle mesure précisément les accélérations de la poignée jusqu'à des valeurs atteignant trois fois l'accélération de la pesanteur. Des mouvements très rapides de la main sont ainsi enregistrés, car un aller-retour d'une main sur un mètre en une seconde correspond à une accélération d'environ 2g."*

Pouvez-vous, à l'aide d'un modèle simple, retrouver la valeur de $2g$ avancée dans l'article ?

4 Point matériel sur un plateau vibrant

Un point matériel M de masse m est posé sur un plateau horizontal (P). Ce plateau est animé d'un mouvement vibratoire vertical d'équation $z = A\cos\omega t$.

Quelle relation doit lier ω, A, et l'accélération de la pesanteur g pour que M reste toujours en contact avec (P) ?

1. Jean-Michel Courty, Édouard Kierlik, *Accéléromètres en mission*, Pour la Science, Juillet 2007

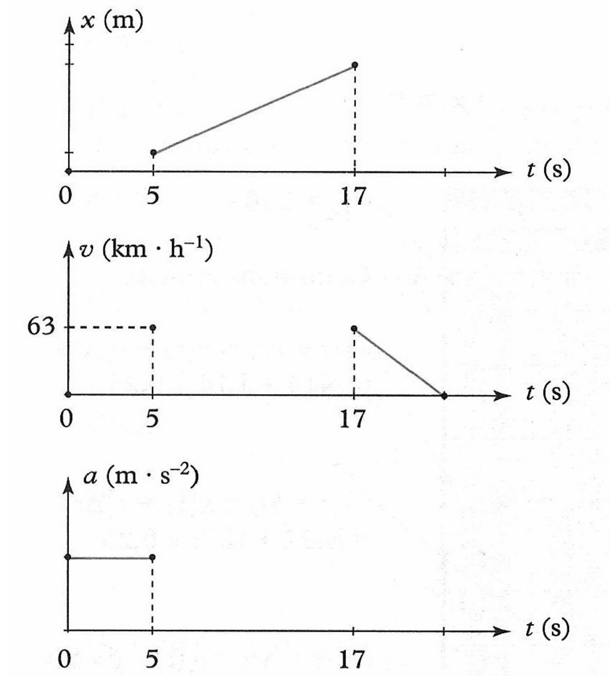
5 Analyse de graphiques

Une voiture roulant sur une route horizontale rectiligne se déplace d'un point A vers un point B distant de 300 m (sa vitesse est donc nulle au point de départ A choisi comme origine de l'axe Ox et nulle au point d'arrivée B).

On donne des informations partielles sur la position x, la vitesse $v = \dot{x}$ et l'accélération $a = \ddot{x}$ de la voiture pendant ce trajet.

– Compléter les graphiques en indiquant les valeurs numériques utiles et le type de courbes tracées.

– Calculer la durée totale T du parcours AB.



6 Jonglage

À l'instant $t = 0$ on lance une balle depuis le sol dans la direction verticale ascendante avec une vitesse $\vec{v_0} = v_0\vec{u}_z$ telle que $v_0 = 20$ m.s^{-1}. On supposera les frottement négligeables et on prendra $g = 10$ m.s^{-2}.

1. À quel instant t_1 cette balle atteindra-t-elle une hauteur maximale et quelle est alors la hauteur h_1 atteinte. On fera les applications numériques.
2. On envoie une seconde balle dans la même direction avec un délai de $\Delta t = 2$ s par rapport au premier tir. À quelle hauteur se trouve alors la première balle ?
3. À quelle vitesse faudrait-il envoyer la deuxième balle pour que, une seconde après avoir été lancée, elle rencontre la première balle.

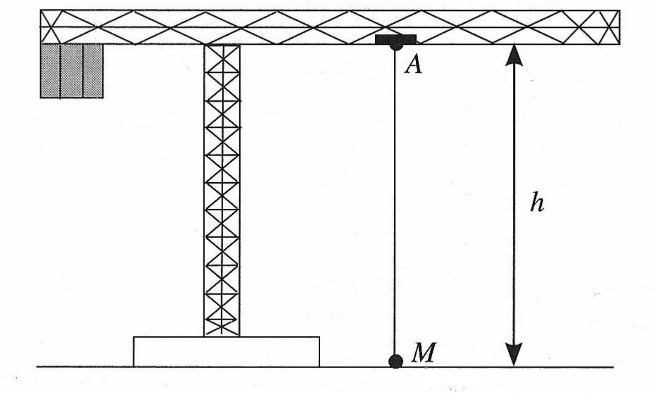
7 Fil avec masse

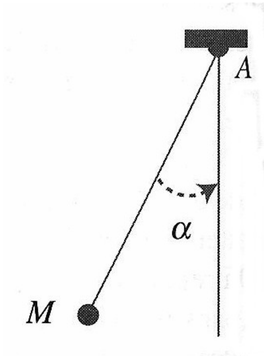
Un fil vertical, homogène, de longueur l et de masse m, est suspendu en un point O. Calculer la tension du fil à la distance x du point d'attache.

8 Charge soulevée par une grue

Une grue de chantier de hauteur h doit déplacer d'un point à un autre du chantier une charge de masse m assimilée à son centre de gravité M. Le point d'attache du câble sur le chariot de la grue est noté A.

1. Le point A est à la verticale de M posé sur le sol. Déterminer la tension à appliquer au câble pour qu'il soulève très doucement le point M du sol.





2. L'enrouleur de câble de la grue le remonte avec une accélération verticale a_v constante. Déterminer la tension T du câble. Quelle remarque peut-on faire ?
3. La montée de M est stoppée à mi-hauteur mais le chariot A se met en mouvement vers la droite avec une accélération horizontale a_h constante.
   (a) Quelle est l'accélération de M sachant que l'angle α reste constant au cours du temps ?
   (b) Déterminer l'angle α que fait le câble avec la verticale en fonction de g et a_h ainsi que la tension du câble en fonction de m, g et a_h. Les forces de frottement seront supposées négligeables.

Réponse : 3.b) $\tan\alpha = a_h/g$; $T = m\sqrt{g^2 + a_h^2}$.

9 Viscosité de l'eau

Un grain de sable sphérique, de rayon $R = 0,050$ mm, de volume $\dfrac{4}{3}\pi R^3$, de masse volumique $\rho = 2,6.10^3$ kg.m^{-3}, tombe verticalement dans de l'eau. On donne l'accélération de la pesanteur $g = 9,8$ m.s^{-2}. On notera Oz l'axe vertical *descendant* et $\vec{u}_z$ un vecteur unitaire sur cet axe. Ce grain de sable subit, outre son poids, une force exercée par l'eau qui, dans les conditions de l'expérience, se décompose en deux termes :
– une force verticale, dirigée vers le haut, d'expression $\vec{F_1} = -\dfrac{4}{3}\pi R^3 \rho_e g \vec{u}_z$ où ρ_e est la masse volumique de l'eau ($\rho_e = 1,0.10^3$ kg.m^{-3}) ;
– une force de frottement qui s'oppose au mouvement et dont l'expression est $\vec{F_2} = -6\pi\eta R\vec{v}$ où η est un coefficient appelé coefficient de viscosité et $\vec{v}$ le vecteur vitesse du grain de sable.

On note le vecteur vitesse du grain de sable sous la forme $\vec{v} = v\vec{u}_z$.

1. À quoi correspond la force $\vec{F_1}$?
2. On se place dans le référentiel du labo supposé galiléen. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v. On notera $\Delta\rho = \rho - \rho_e$.
3. Montrer que le grain de sable atteint une vitesse limite v_{lim} que l'on exprimera en fonction de R, g, $\Delta\rho$ et η. On mesure $v_{lim} = 8,7.10^{-3}$ m.s^{-1}. Calculer numériquement la viscosité de l'eau dans les conditions de l'expérience (l'unité de viscosité dans le système international est le Poiseuille Pl).

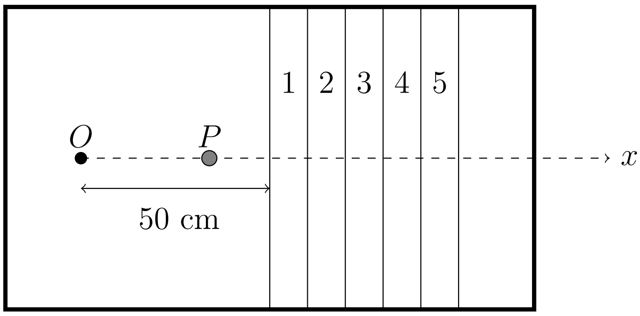
10 Jeu de palet anglais

Dans le jeu de palet anglais, le joueur dispose de cinq palets (petits disques de masse $m = 50$ g) qu'il doit faire glisser sur une planche en bois posée sur un plan horizontal afin d'en placer un dans chaque zone de 1 à 5, délimitées par des traits distants de 10 cm.

À la date $t = 0$, le joueur lance un palet depuis le point O en lui conférant une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$. Les frottements entre le palet et la planche sont modélisés par les lois de Coulomb avec un coefficient dynamique de frottement solide $f_d = 0,30$. L'accélération de la pesanteur est $g = 9,8$ m.s^{-2}. Le référentiel terrestre sera supposé galiléen.

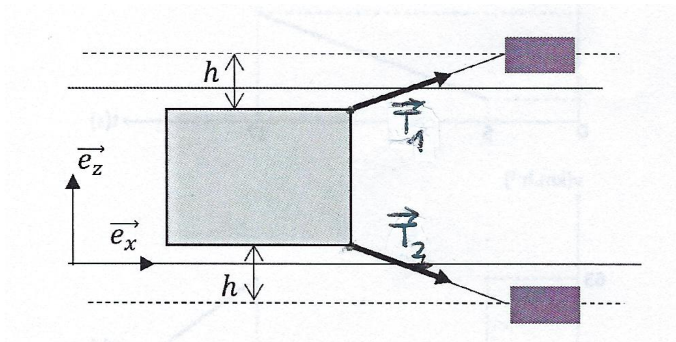
La réaction de la planche sur le palet sera notée $\vec{R} = -T\vec{u}_x + N\vec{u}_z$, avec $\vec{u}_z$ vertical ascendant.

1. Établir la loi horaire $x(t)$.
2. Le joueur donne une vitesse $v_0 = 30$ cm.s^{-1} au palet. Atteint-il une des zones visées ?
3. Quelle valeur donner à v_0 pour que le centre du palet s'immobilise au milieu de la zone 5 ?



11 Halage d'un bateau

Deux chevaux tractent un navire le long d'un canal. Leur trajectoire (en pointillé sur le schéma) et celle du bateau sont colinéaires aux berges. On note $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ les forces de traction exercées par chaque cheval, celles-ci étant communiquées au navire via une corde de longueur $\ell = 20$ m. On suppose que les chevaux adaptent leur allure à celle du bateau de sorte que les cordes soient toujours tendues et on pose $\|\vec{T}_1\| = \|\vec{T}_2\| = T$.



Le bateau de masse $m = 5.0$ t flotte grâce à la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ (de sens opposée au poids) et subit de la part de l'eau une force de frottement $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$.

Données : $h = 3.0$ m, $\lambda = 1,0.10^3$ SI.

1. Ajouter sur le schéma le vecteur $\vec{e}_y$ pour que la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ soit directe.
2. Déterminer l'équation différentielle du mouvement du bateau vérifiée par $v(t)$.
3. Déterminer $v(t)$, la vitesse du bateau en supposant T constante et la vitesse initiale du bateau nulle.
4. En moyenne pour des vitesses raisonnables (inférieures à 2 m.s^{-1}), un cheval peut développer une force de norme $T = 500$ N . En déduire la vitesse du navire en régime permanent.
5. Calculer le travail fourni par les chevaux pour tracter le navire sur $1,0$ km à la vitesse de croisière. Calculer la puissance fournie par chaque cheval dans ces mêmes conditions.

Réponse : 4) $v_\ell = 0.99$ m.s^{-1} ; 5) $W = 9.9.10^5$ J et $\mathcal{P} = 4,9.10^2$ W.