

TD EM8b - Réflexion d'une onde électromagnétique sur un plan conducteur parfait

1 Guide d'ondes

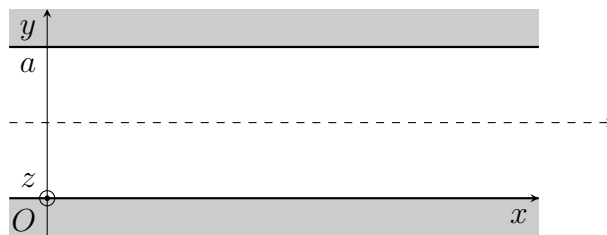
Un guide d'onde est constitué de deux plans parfaitement conducteurs situés en $y = 0$ et $y = a$ entre lesquels est guidée une onde électromagnétique de la forme

$$\vec{E} = [Ae^{ik_2y} + Be^{-ik_2y}] e^{i(\omega t - k_1x)} \vec{u}_z \quad (A, B) \in \mathbb{R}^2$$

Donnée : On rappelle la relation de passage pour le champ électrique à l'interface entre deux milieux 1 et 2,

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

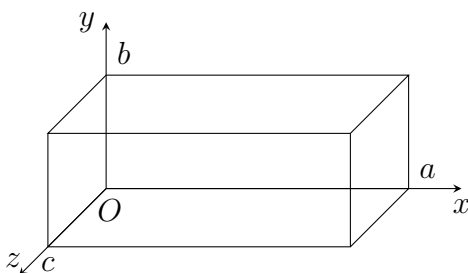
avec $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ le vecteur unitaire normal orienté de 1 vers 2.



1. L'expression de \vec{E} fournie est-elle en accord avec l'équation de Maxwell-Gauss dans le vide ?
2. Montrer que cette onde est une superposition de deux ondes planes progressives harmoniques (OPPH) dont on précisera les vecteurs d'onde notés \vec{k}_\pm . Représenter ces deux vecteurs.
3. Que valent les champs électrique et magnétique dans un conducteur parfait ? En utilisant les conditions aux limites en $y = 0$ et en $y = a$ pour le champ électrique, établir une relation entre A et B et une condition sur k_2 dépendant d'un entier n .
4. Déterminer l'inclinaison θ_\pm des deux OPPH avec l'axe du guide en fonction de leur longueur d'onde λ et a .
5. En déduire une inégalité sur λ , pour n donné.
6. En déduire, pour une valeur de n donnée, la pulsation minimale des ondes pouvant se propager dans le guide.
7. Donner l'expression finale du champ \vec{E} puis du champ réel \vec{E} pour une valeur de n donnée. Commenter sa structure dans les directions x et y .

2 Champ électromagnétique dans une cavité

On considère une cavité parallélépipédique de côtés ($x = a$, $y = b$, $z = c$) à parois parfaitement conductrices.



On souhaite déterminer les différents modes propres pouvant exister à l'intérieur de cette cavité.

On donne, dans un repère orthonormé $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$:

$$\vec{E}_0(E_1, E_2, E_3)$$

$$\vec{k}(k_1, k_2, k_3)$$

On cherche les composantes du vecteur \vec{E} sous la forme :

$$E_x = E_1 \cos(k_1 x + \varphi_1) \sin(k_2 y + \varphi_2) \sin(k_3 z + \varphi_3) \sin(\omega t)$$

$$E_y = E_2 \sin(k_1 x + \varphi_1) \cos(k_2 y + \varphi_2) \sin(k_3 z + \varphi_3) \sin(\omega t)$$

$$E_z = E_3 \sin(k_1 x + \varphi_1) \sin(k_2 y + \varphi_2) \cos(k_3 z + \varphi_3) \sin(\omega t)$$

1. Rappeler l'équation de Maxwell-Gauss vérifiée par le champ électrique dans le vide. En déduire une relation entre E_1 , E_2 , E_3 , k_1 , k_2 , et k_3 .
2. Montrer que, dans le vide, \vec{E} vérifie l'équation de propagation de d'Alembert.
3. À l'aide d'une des équations de Maxwell, établir l'expression du champ magnétique \vec{B} à partir de celle du champ électrique \vec{E} .
4. Rappeler les conditions aux limites aux parois que doivent vérifier les composantes tangentielle ou normale des champs électrique et magnétique.
5. Exprimer ces conditions aux limites au niveau des plans $x = 0$ et $x = a$. En déduire que l'on peut choisir $\varphi_1 = 0$ et que les valeurs k_1 sont de la forme :

$$k_1 = n \frac{\pi}{a} \quad \text{avec } n_1 \in \mathbb{N}$$

6. Par analogie, déduire des conditions aux limites sur les autres parois les valeurs de φ_2 et φ_3 , ainsi que les conditions vérifiées par k_2 et k_3 (on introduira les entiers n_2 et n_3).
7. Déduire de l'équation de propagation établie à la question 2, une expression de la pulsation ω du mode caractérisé par les entiers (n_1, n_2, n_3) .
8. Pourquoi un four micro-ondes est-il équipé d'un plateau tournant ?