

TD EM8a - Ondes électromagnétiques dans le vide

Données :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
- Permittivité diélectrique du vide $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$

1 Description d'OEMPPHPR

Donner la direction de propagation ainsi que la direction de polarisation des ondes associées aux champs électriques suivants :

$$\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} E_x = E_0 \cos(\omega t - ky) \\ E_y = 0 \\ E_z = 0 \end{pmatrix} \quad \text{onde se propageant dans le sens des } y \nearrow, \text{ polarisée suivant } \vec{u}_x$$

$$\vec{E}_2 = \begin{pmatrix} E_x = \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - kz) \\ E_y = \frac{\sqrt{3}E_0}{2} \cos(\omega t - kz) \\ E_z = 0 \end{pmatrix} \quad \text{onde se propageant dans le sens des } z \nearrow, \text{ polarisée suivant une direction du plan } xOy \text{ faisant un angle de } 60^\circ \text{ avec } \vec{u}_x.$$

$$\vec{E}_3 = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \cos(\omega t - \frac{kx+kz}{\sqrt{2}}) \\ E_z = 0 \end{pmatrix} \quad \text{onde se propageant dans la direction } \vec{u} \text{ telle que } \vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{u}_x + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{u}_z, \text{ polarisée suivant } \vec{u}_y.$$

2 Calcul du nombre de photons traversant une surface

On reprend l'exemple du faisceau laser He-Ne, de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, de section $S = 1,0 \text{ mm}^2$ et de puissance $\mathcal{P} = 1,0 \text{ mW}$ étudié en cours.

Calculer le nombre de photons traversant la section S du faisceau par unité de temps.

On donne la constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

Réponse : énergie d'un photon : $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$; nombre de photons traversant S par unité de temps $\frac{\mathcal{P}}{E} = \frac{\mathcal{P}\lambda}{hc} = 3,2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$.

3 Onde électromagnétique plane progressive

On étudie la propagation d'une onde électromagnétique dans le vide.

1. Rappeler l'équation aux dérivées partielles à laquelle satisfont les champs électriques et magnétiques, $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$.
2. On suppose que le champ électrique est de la forme : $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_x$.
 - (a) Quelle équation doit satisfaire k pour que ce champ soit solution de l'équation rappelée à la question 1 ?
 - (b) Quelles sont la direction, le sens et la vitesse de propagation de cette onde ?
 - (c) Quel est l'état de polarisation de cette onde ?
 - (d) Calculer le champ magnétique \vec{B} associé à \vec{E} ainsi que le vecteur de Poynting de l'onde.
3. La puissance moyenne rayonnée par cette onde à travers une surface $S = 4,0 \text{ mm}^2$ orthogonale à sa direction de propagation est $P = 10 \text{ W}$. Calculer les amplitudes E_0 et B_0 des champs électrique et magnétique.

Réponses :

1. Le champ électrique et le champ magnétique vérifient l'équation d'onde dite équation de d'Alembert. Par exemple pour le champ $\vec{E} : \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$ avec $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$.
2. $k = \omega/c$; l'onde se propage dans le sens des z croissants à la vitesse c ; le champ électrique est polarisé rectilignement suivant la direction \vec{u}_x ; $\vec{B} = \frac{\vec{u}_z \wedge \vec{E}}{c} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y$; $\vec{\Pi} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kz) \vec{u}_z$.
3. $P = \langle \|\vec{\Pi}\rangle > S = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} S$; $E_0 = 43 \text{ kV.m}^{-1}$ et $B_0 = E_0/c = 0,14 \text{ mT}$.

4 Superposition de deux OEMPPHPR ★★

On étudie la superposition de deux OEMPPHPR, de même pulsation, de même amplitude, polarisées suivant \vec{u}_z et se propageant dans le vide selon deux directions telles que les champs électriques de chaque onde s'expriment sous la forme :

$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \vec{u}_z \quad \vec{E}_2 = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \vec{u}_z$$

avec $\vec{k}_1 = k(\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_y)$ et $\vec{k}_2 = k(\cos \alpha \vec{u}_x - \sin \alpha \vec{u}_y)$

1. Représenter sur un schéma les vecteurs \vec{k}_1, \vec{k}_2 .
2. Donner les expressions complexes $\underline{\vec{E}}_1$ et $\underline{\vec{E}}_2$ des champs \vec{E}_1 et \vec{E}_2 .
3. Exprimer le champ électrique résultant sous sa forme complexe $\underline{\vec{E}}$, puis sous sa forme réelle \vec{E} . L'onde est-elle plane ?
4. Exprimer le champ magnétique résultant sous sa forme complexe $\underline{\vec{B}}$, puis sous sa forme réelle \vec{B} .
5. Calculer la valeur moyenne temporelle $\langle w_{\text{em}} \rangle$ de la densité volumique d'énergie électromagnétique et la valeur moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi} \rangle$ du vecteur de Poynting.
6. En déduire, en prenant la valeur moyenne spatiale des résultats précédents, les valeurs moyennes spatio-temporelles $\langle \langle w_{\text{em}} \rangle \rangle_M$ et $\langle \langle \vec{\Pi} \rangle \rangle_M$ de w_{em} et $\vec{\Pi}$.

Réponses :

3. $\vec{E} = 2E_0 \cos(k \sin \alpha y) \cos(\omega t - k \cos \alpha x)$
4. $\vec{B} = \frac{2E_0}{c} (\sin(\omega t - k \cos \alpha x) \sin(k \sin \alpha y) \sin \alpha \vec{u}_x - \cos(\omega t - k \cos \alpha x) \cos(k \sin \alpha y) \cos \alpha \vec{u}_y)$
5. $\langle w_{\text{em}} \rangle = \varepsilon_0 E_0^2 [(1 + \cos^2 \alpha) \cos^2(k \sin \alpha y) + \sin^2 \alpha \sin^2(k \sin \alpha y)]$
 $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{2E_0^2}{\mu_0 c} \cos \alpha \cos^2(k \sin \alpha y) \vec{u}_x$
6. $\langle \langle w_{\text{em}} \rangle \rangle_M = \varepsilon_0 E_0^2$
 $\langle \langle \vec{\Pi} \rangle \rangle_M = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos \alpha \vec{u}_x$

5 Association de polariseurs

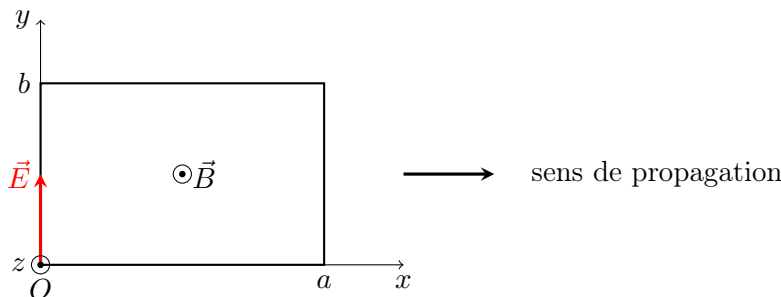
On place un polariseur (P_1) derrière une source de lumière non polarisée et on récupère un éclairement \mathcal{E}_0 . On place derrière (P_1) un polariseur (P_2) qu'on oriente de telle sorte que l'éclairement récupéré derrière (P_2) soit nul. On dispose d'un troisième polariseur (P_3). Comment rétablir le plus possible de lumière sans toucher ni à (P_1), ni à (P_2) ? Combien vaut alors l'éclairement récupéré ?

6 Capteur d'onde électromagnétique ★ ★ ★

Une source S émet de manière isotrope (c'est-à-dire de la même manière dans toutes les directions) des ondes électromagnétiques de longueur d'onde $\lambda = 25$ m avec une puissance moyenne $\mathcal{P} = 500$ W. Un cadre formé de $N = 50$ spires conductrices, est placé dans le plan xOy à la distance $d = 100$ km de la source. À cette distance, on admet que l'onde a localement la structure d'une onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement.

Le cadre est de forme rectangulaire, de dimension $a = 1,25$ m et $b = 0,80$ m (cf figure). Il est disposé normalement au champ magnétique \vec{B} de l'onde issue de S supposée polarisée rectilignement suivant \vec{u}_y et de champ électrique $\vec{E}(0, t) = E_0 e^{j\omega t} \vec{u}_y$ en $x = 0$.

1. Sachant que l'onde se propage dans le sens des x croissants, donner une expression de $\vec{E}(x, t)$. En déduire une expression de $\vec{B}(x, t)$.
2. Justifiez que l'on puisse, en première approximation, considérer le champ électromagnétique uniforme à l'échelle du cadre.
3. En supposant le champ magnétique uniforme sur toute la surface du cadre et égal à sa valeur en O , exprimer le flux magnétique $\phi(t)$ qui traverse le cadre à l'instant t .
4. Exprimer la valeur efficace e_{eff} de la f.e.m induite dans le cadre en fonction de E_0 , a , b , λ et N , puis en fonction de a , b , c , d , λ , μ_0 , N et \mathcal{P} . Faire l'application numérique.



7 Découpe laser (Oral CCP) ★ ★ ★

On souhaite découper 150 plaques d'acier de longueur $L = 1$ m sur toute leur longueur en 1 heure à l'aide d'un laser de puissance $P = 1$ kW, de longueur d'onde $\lambda = 1,06$ μm , de section $s = 0,5$ mm^2 . On a le choix entre des plaques d'épaisseur 1, 2, 5, 10 ou 15 mm.

1. Quelle épaisseur maximale pouvons-nous choisir ?
2. Qualifier le domaine de fréquence dans lequel le laser fonctionne ?
3. Calculer l'amplitude du champ électrique émis par le laser ainsi que le flux de photons (nombre de photons reçus par unité de surface et par unité de temps).

Données :

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8$ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$

Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$

Constante de Planck $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ $\text{J} \cdot \text{s}$

Masse volumique du fer $\mu_{\text{Fe}} = 7,9 \cdot 10^3$ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Température de fusion du fer $T_{\text{fus}} = 1535^\circ\text{C}$.

Capacité thermique massique du fer $c_{\text{Fe}} = 444$ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Enthalpie massique de fusion du fer $\ell_{\text{fus}} = 267$ $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.