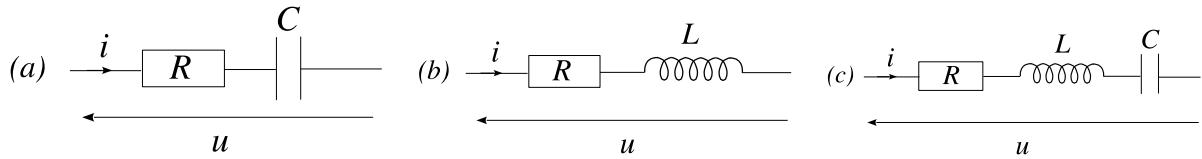


# TD EL3

## 1 Calculs d'impédances

Déterminer l'impédance complexe  $\underline{Z}$  des montages ci-dessous. En déduire  $|\underline{Z}|$  le rapport de l'amplitude de la tension sur l'amplitude de l'intensité et  $\varphi = \arg(\underline{Z})$  l'avance de phase de  $u$  par rapport à  $i$ .



Réponses :

$$(a) |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}; \varphi = -\arctan \frac{1}{RC\omega}. \quad (b) |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}; \varphi = \arctan \frac{L\omega}{R}$$

$$(c) |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}; \varphi = \arctan \left( \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \right).$$

## 2 Nature de dipôles inconnus \*

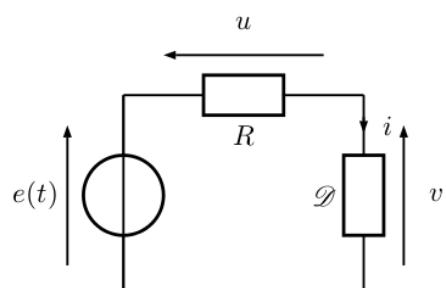
On désire identifier trois associations (en série ou en parallèle) de deux dipôles choisis parmi les dipôles suivants : une bobine idéale, un condensateur et un résistor. Les dipôles obtenus sont notés  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$ . En régime stationnaire, la mesure des résistances donne respectivement :  $R_1 = R_2 = 50 \Omega$  et  $R_3 = \infty$ . En régime sinusoïdal permanent on observe que :

- i) quelle que soit la fréquence  $f$ , la tension  $u_1$  aux bornes de  $D_1$  est en avance de phase sur l'intensité  $i_1$  du courant qui le parcourt ; en revanche pour  $D_2$ ,  $u_2$  est en retard sur  $i_2$
- ii) aux basses fréquences, la tension  $u_3$  aux bornes de  $D_3$  est en retard sur  $i_3$  ; aux hautes fréquences c'est l'inverse.

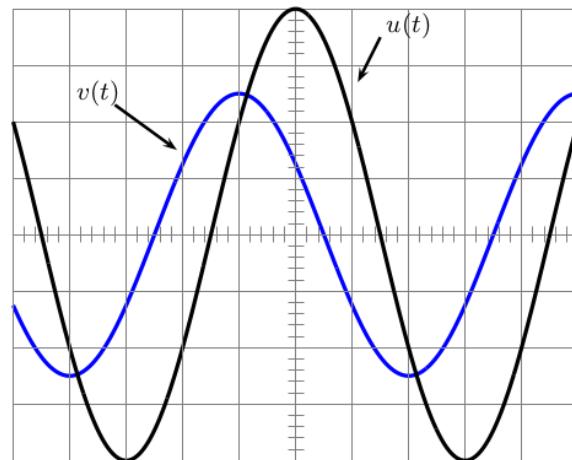
Déterminer la nature de chaque association et les dipôles qui la constituent.

## 3 Détermination expérimentale d'un dipôle inconnu \*

Dans le montage ci-contre, le GBF délivre une tension sinusoïdale  $e(t)$  de fréquence  $f$ ,  $R$  est une résistance connue ( $R = 100 \Omega$ ) et  $\mathcal{D}$  un dipôle inconnu.



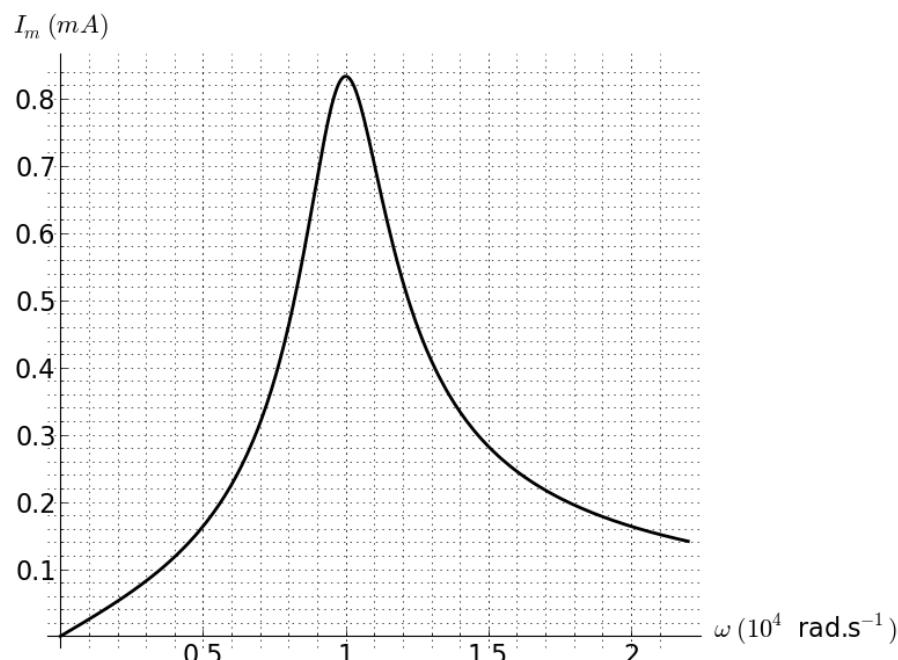
On visualise à l'oscilloscope  $v(t)$  et  $u(t)$ . Les calibres sont identiques sur les deux voies : 2V/div et 1ms/div.



1. Sachant que le GBF et l'oscilloscope utilisés sont tous les deux munis de prises de terre, quel problème expérimental devra-t-on résoudre pour visualiser simultanément  $v(t)$  et  $u(t)$  ?
2. Déterminer les amplitudes  $V_m$  et  $U_m$  des signaux visualisés, ainsi que la fréquence  $f$  du GBF.
3. On pose  $u(t) = U_m \cos \omega t$  et  $v = V_m \cos(\omega t + \varphi)$ . Déterminer le signe et la valeur  $\varphi$ . La tension  $v$  est-elle en retard ou en avance de phase sur  $u$  ?
4. On note  $\underline{Z} = X + jY$  l'impédance du dipôle  $\mathcal{D}$ . Déterminer à partir des résultats précédents les valeurs de  $X$  et de  $Y$ .
5. Par quel dipôle peut-on modéliser  $\mathcal{D}$  ? Donner ses caractéristiques.

## 4 Exploitation d'une courbe de résonance en intensité

Un circuit  $RLC$  série est alimenté par une source de tension sinusoïdale, idéale, de *fem*  $e(t) = E \cos(\omega t)$ , avec  $E = 2,5$  V. La figure ci-dessous représente la courbe de résonance en intensité obtenue expérimentalement avec  $I_m$  l'amplitude de l'intensité du courant. En exploitant cette courbe, déterminer les valeurs de la résistance  $R$ , de la capacité  $C$  et de l'inductance  $L$  utilisées.



## 5 Capteur de niveau d'eau (d'après ATS 2024)

On s'intéresse à la mesure de la hauteur d'eau d'une piscine grâce à un capteur capacitif.

Un condensateur plan, constitué de deux armatures planes de surface  $S$ , séparées d'une épaisseur  $e$  dans le vide possède une capacité :

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}.$$

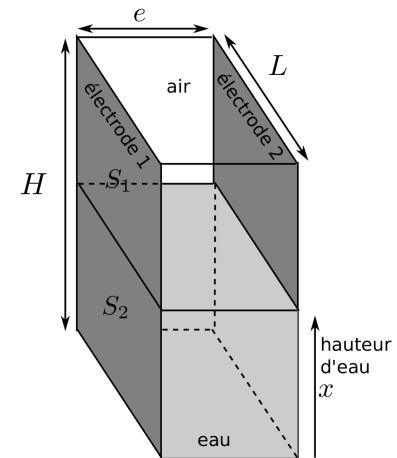
avec  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F.m $^{-1}$ , la permittivité électrique du vide. On établira ce résultat dans le cours d'électrostatique (EM2).

Le principe du capteur est schématisé ci-contre. Dans un milieu de permittivité diélectrique relative  $\varepsilon_r$ , l'expression de la capacité d'un condensateur plan s'écrit :

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{e} \quad (1)$$

On a  $\varepsilon_r = 1$  pour l'air et  $\varepsilon_r = 80$  pour l'eau.

Le capteur est équivalent à deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  placés en parallèle, l'un situé dans l'air (surface des électrodes  $S_1$  dans l'air) et l'autre dans l'eau (surface des électrodes  $S_2$  dans l'eau). Les capacités de ces deux condensateurs placés en parallèle s'additionnent.



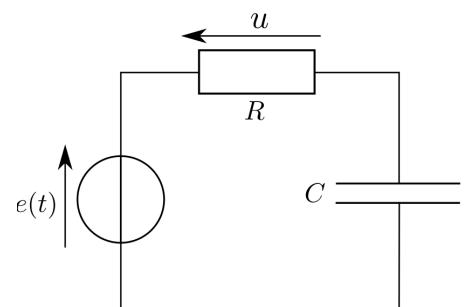
- Établir l'expression de la capacité totale  $C = C_1 + C_2$ , et l'écrire sous la forme  $C = ax + b$ , avec  $a$  et  $b$  des constantes à exprimer en fonction des dimensions  $H$ ,  $L$  et  $e$  du condensateur, de  $\varepsilon_0$  et de la permittivité diélectrique relative  $\varepsilon_r$  de l'eau.

Pour mesurer la valeur de  $C$ , on place le capteur dans un montage électrique (voir ci-contre). Le générateur de tension impose une tension  $e(t) = A \cos \omega t$  avec  $A > 0$ .

On mesure alors la tension  $u$  aux bornes de la résistance.

On utilise le formalisme complexe :  $e(t)$  est représenté par  $\underline{e}(t) = Ae^{j\omega t}$  et  $u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  par  $\underline{u}(t) = \underline{U}_0 e^{j\varphi}$  avec  $\underline{U}_0 = U_0 e^{j\varphi}$ .

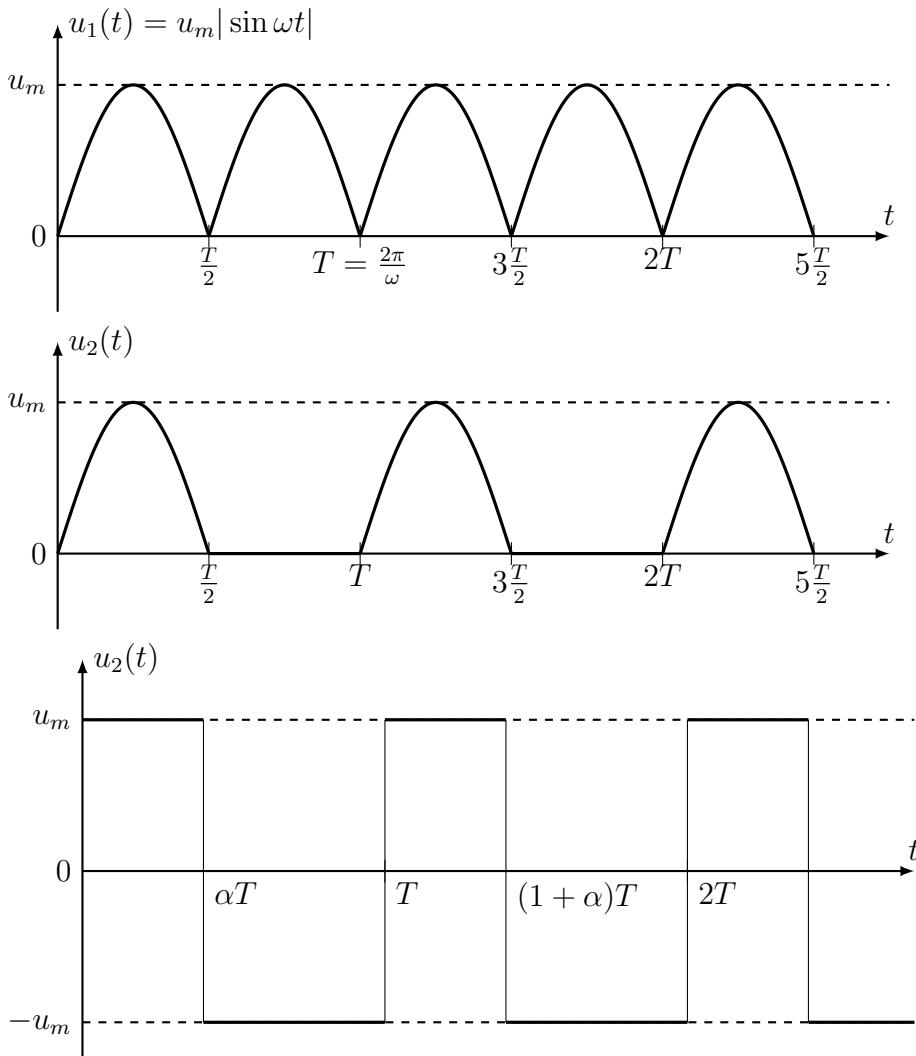
$j$  est le nombre complexe tel que  $j^2 = -1$ .



- Établir une relation entre  $\underline{u}$  et  $\underline{e}$ . En déduire l'expression de  $\underline{U}_0$  en fonction de  $A$ ,  $\omega$ ,  $R$  et  $C$ .
- Établir l'expression de l'amplitude  $U_0$  de la tension  $u(t)$  en fonction des mêmes grandeurs.
- On se place dans la limite basse fréquence. Préciser ce que cela signifie, et donner alors l'expression approchée de  $U_0$ .
- Expliquer comment ce montage permet une mesure du niveau d'eau.

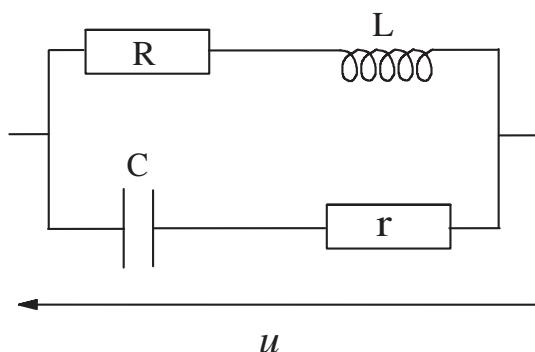
## 6 Calcul de valeurs efficaces

Déterminer les valeurs efficaces des tensions représentées ci dessous :



## 7 Puissance moyenne

Déterminer la puissance moyenne consommée par le groupement  $(R, L) // (r, C)$  alimenté par une tension sinusoïdale  $u(t) = U_{eff}\sqrt{2} \cos \omega t$ .



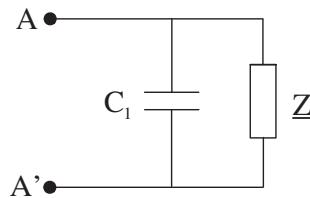
## 8 Relèvement d'un facteur de puissance ★★

On considère un réseau d'impédance :

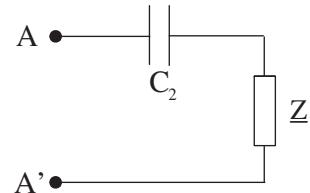
$$\underline{Z}(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

à caractère inductif :  $X(\omega) > 0$ . On souhaite relever le facteur de puissance de ce réseau, c'est à dire donner à  $\cos \varphi$  une valeur égale à l'unité sans dépense d'énergie.

1. Calculer en fonction de  $R(\omega)$ ,  $X(\omega)$  et  $\omega$ , la capacité  $C_1$  à placer en parallèle sur le réseau pour que son facteur de puissance devienne égal à 1.



2. Quelle capacité  $C_2$  faudrait-il placer en série sur ce réseau pour obtenir le même résultat ?



3. Des deux solutions quelle est celle à retenir ? Pourquoi ?
4. Calculer la valeur de la capacité  $C$  de la batterie de condensateurs à utiliser pour relever le facteur de puissance d'un moteur ( $\cos \varphi = 0,7$ ), de puissance  $\mathcal{P} = 10 \text{ kW}$ , alimenté sous une tension de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$  et d'amplitude  $u_m = 220\sqrt{2} \text{ V}$ .