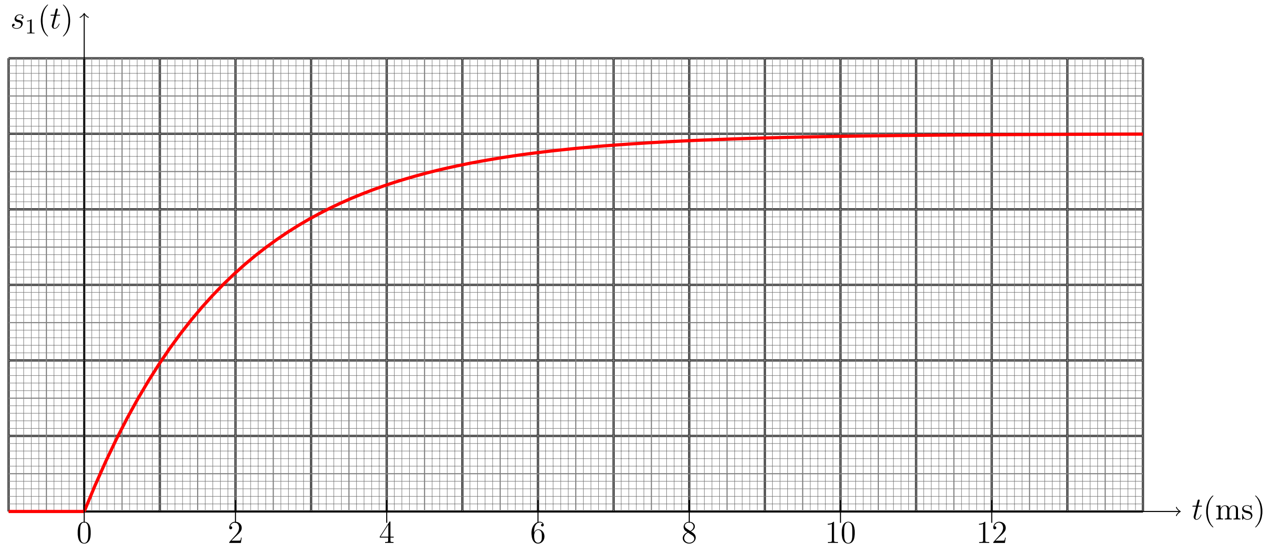
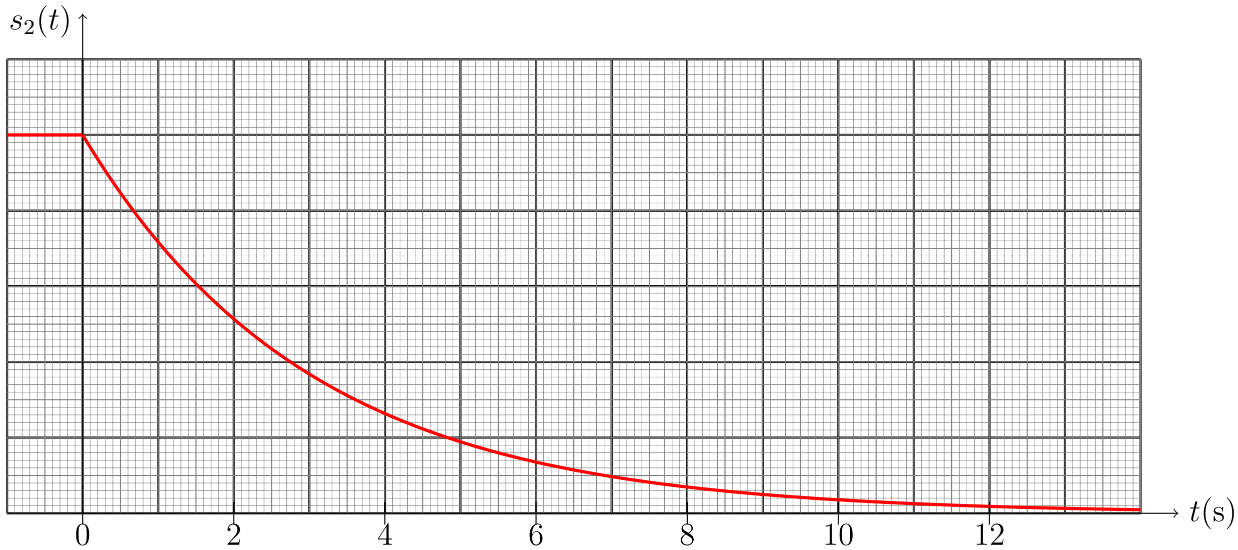
TD EL2a - Régimes transitoires d'ordre 1

1 Constantes de temps

On soumet deux systèmes 1 et 2, d'ordre 1, à un signal d'entrée en échelon. Les sorties correspondantes sont indiquées ci-dessous. Quelles sont les constantes de temps τ_1 et τ_2 des deux systèmes ?

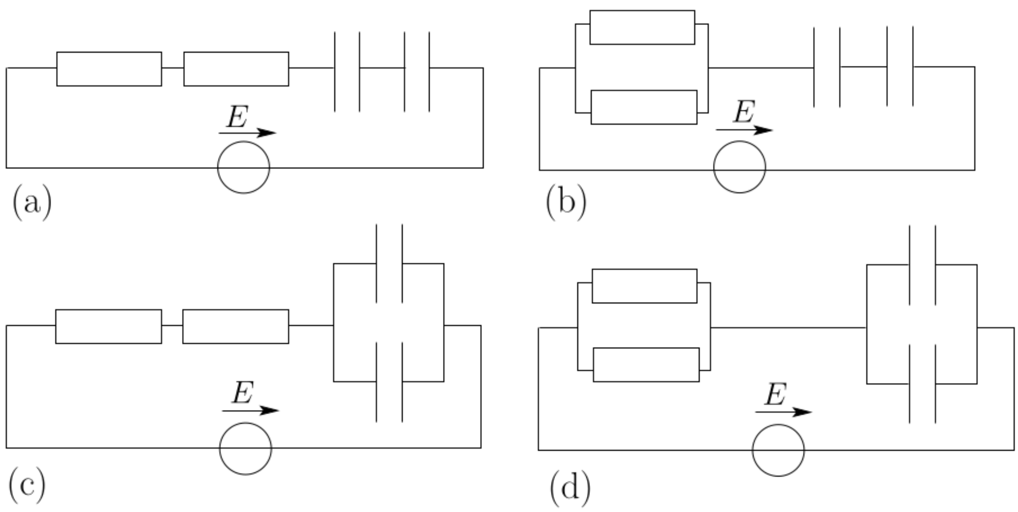




Réponses : $\tau_1 = 2,0$ ms ; $\tau_2 = 3,0$ s.

2 IPhO 2016

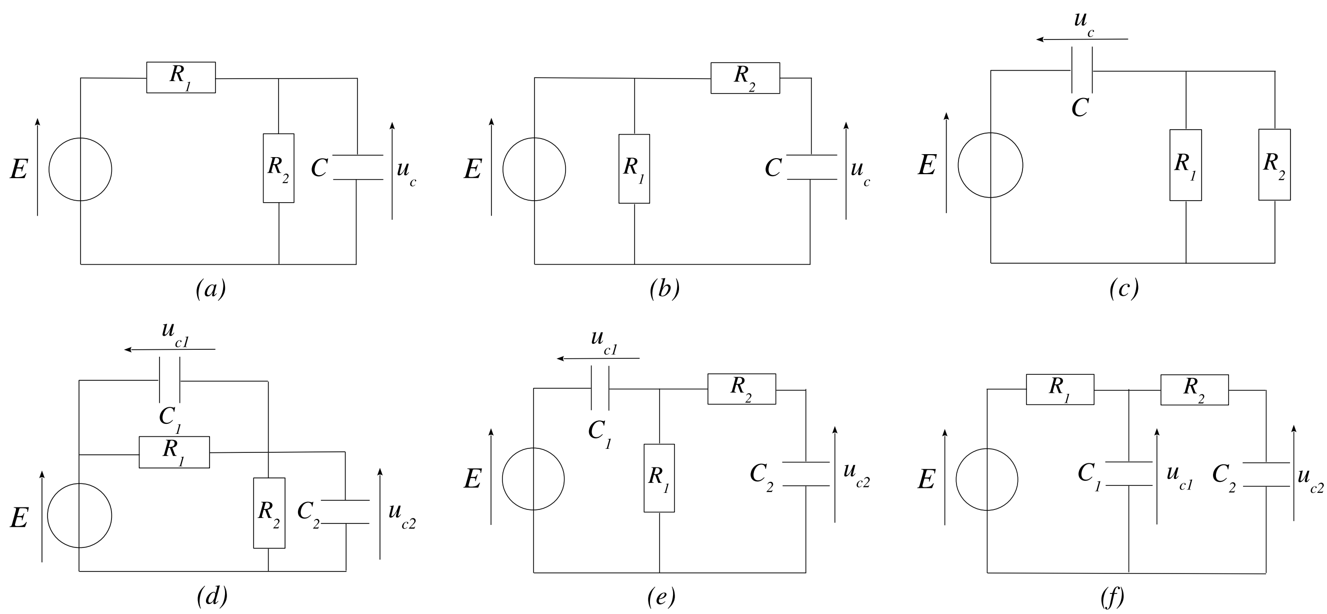
On dispose d'un générateur de tension continue idéal, de deux résistances identiques et de deux condensateurs identiques. Indiquer le circuit, parmi ceux proposés, qui permet de charger le plus rapidement les condensateurs.



Réponse : circuit (b)

3 Recherche de régimes permanents (I)

Dans les montages ci-dessous, déterminer la tension aux bornes de chaque condensateur lorsque le régime permanent est atteint.



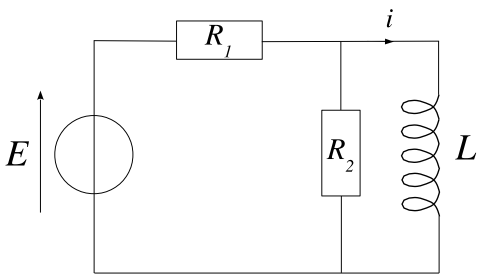
Réponses :

a) $u_{C\infty} = \frac{R_2}{R_1+R_2}E$; *b)* $u_{C\infty} = E$; *c)* $u_{C\infty} = E$;

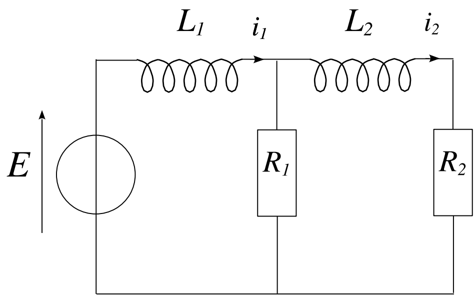
d) $u_{C1\infty} = \frac{R_1}{R_1+R_2}E$, $u_{C2\infty} = \frac{R_2}{R_1+R_2}E$; *e)* $u_{C1\infty} = E$, $u_{C2\infty} = 0$; *f)* $u_{C1\infty} = u_{C2\infty} = E$.

4 Recherche de régimes permanents (II)

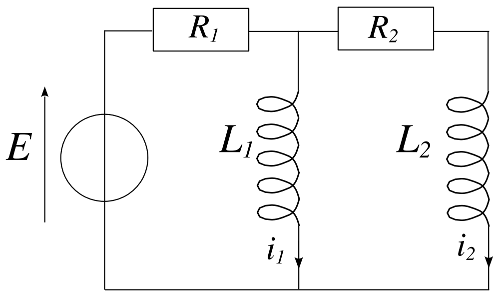
Dans les montages ci-dessous, déterminer l'intensité du courant circulant dans chaque bobine lorsque le régime permanent est atteint.



(a)



(b)



(c)

Réponses :

a) $i_\infty = \frac{E}{R_1}$

b) $i_{1\infty} = \frac{E(R_1+R_2)}{R_1 R_2}$, $i_{2\infty} = \frac{E}{R_2}$;

c) $i_{1\infty} = \frac{E}{R_1}$, $i_{2\infty} = 0$;

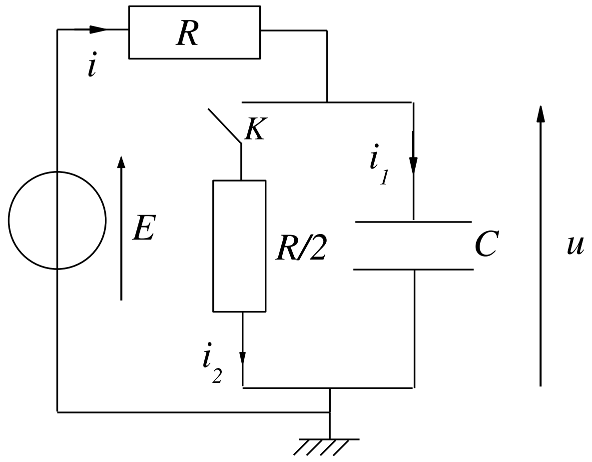
5 Résistance de fuite d'un condensateur

Soit un condensateur de capacité C et présentant une résistance de fuite R_f. On peut modéliser le condensateur par l'association en parallèle de R_f et C. On mesure la tension aux bornes du condensateur à l'aide d'un voltmètre électronique parfait (de résistance interne infinie). Ce condensateur ayant été chargé sous une tension E à l'aide d'une source idéale de tension, on ouvre le circuit. Au bout d'un temps T, on constate que la tension indiquée par le voltmètre n'est plus que $E' < E$.

1. Comment expliquer ces observations ?
2. Donner l'expression de R_f en fonction de C, E, E' et T.

Réponse : $R_f = \dfrac{T}{C \ln\left(\frac{E}{E'}\right)}$.

6 Détermination de conditions initiales



On considère le circuit ci-contre. L'interrupteur est ouvert depuis très longtemps. À l'instant $t = 0$ pris pour origine des temps, on ferme l'interrupteur K.

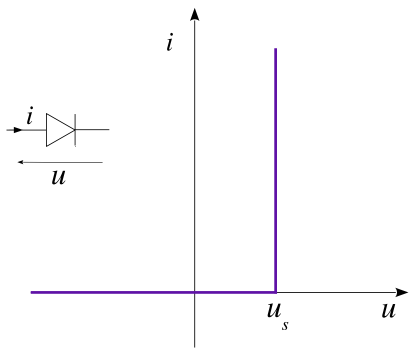
1. Préciser les valeurs de $i(0^-)$, $i_1(0^-)$, $i_2(0^-)$ et $u(0^-)$ juste avant la fermeture de l'interrupteur.
2. Préciser les valeurs de $i(0^+)$, $i_1(0^+)$, $i_2(0^+)$ et $u(0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur.
3. Préciser les valeurs i_∞, $i_{1\infty}$, $i_{2\infty}$ et u_∞ du régime établi quand $t \to \infty$.

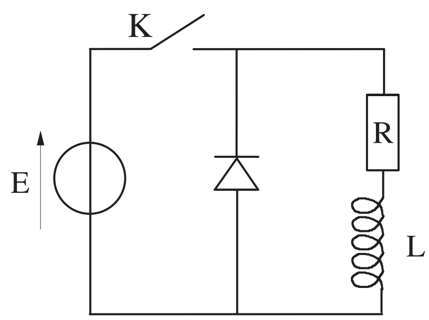
Réponses :
1. $i(0^-) = i_1(0^-) = i_2(0^-) = 0$ et $u(0^-) = E$.
2. $i(0^+) = 0\,;\ i_2(0^+) = \frac{2E}{R}\,;\ i_1(0^+) = -\frac{2E}{R}\,;\ u(0^+) = E$.
3. $i_\infty = i_{2\infty} = \frac{2E}{3R}\,;\ i_{1\infty} = 0\,;\ u_\infty = \frac{E}{3}$.

7 Diode en transitoire ⋆

La diode utilisée dans le montage ci-dessous est conductrice à partir d'une tension de seuil $u_s = 0,6$ V et de résistance interne négligeable (voir caractéristique ci-dessous). La source de tension utilisée possède une fem $E > 0$.

1. On ferme l'interrupteur K, décrire qualitativement ce qui se passe.



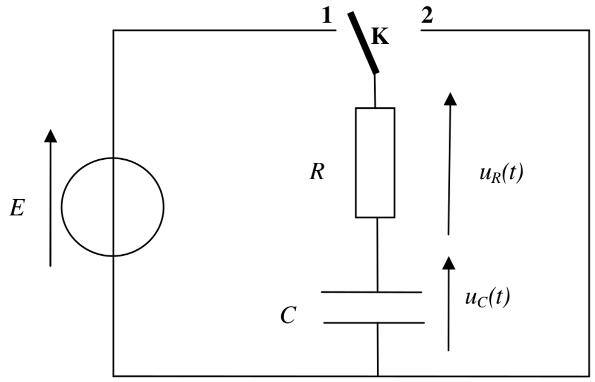


2. Le régime permanent étant atteint, on ouvre K : décrire qualitativement puis quantitativement ce qui se passe. Calculer le temps au bout duquel la diode n'est plus conductrice.

8 Supercondensateurs *(application directe du cours)*

Les supercondensateurs implantés dans un véhicule électrique se différencient des condensateurs classiques par leur capacité à accumuler une grande quantité d'énergie (par exemple pendant les phases de freinage).
Bien qu'une batterie puisse stocker plus d'énergie pour une même masse qu'un supercondensateur, ce dernier peut envoyer une puissance instantanée bien plus élevée qu'une batterie, possède une durée de vie bien plus longue, et peut fonctionner dans des conditions de températures plus extrêmes.

Pour étudier un tel condensateur de capacité C, on le monte dans un circuit en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 1,0\ \Omega$, comme sur la figure ci-dessous. On considérera qu'à l'instant $t = 0$, date de basculement de l'interrupteur de la position 2 à la position 1, le condensateur est initialement déchargé.



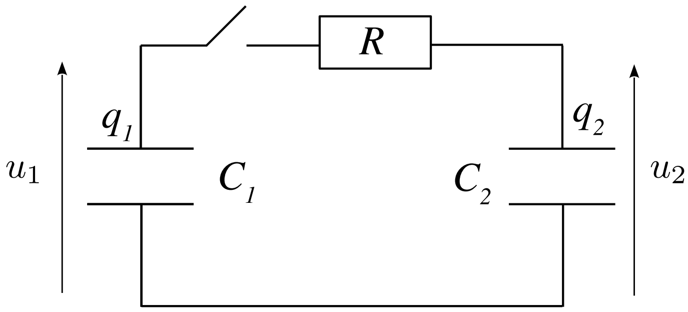
1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ pour $t > 0$. On introduira une constante de temps τ, dont on vérifiera l'homogénéité par analyse dimensionnelle.
2. Exprimer la solution $u_C(t)$ de l'équation différentielle en fonction des données littérales. Représenter l'allure de la courbe de $u_C(t)$.
3. On considère que le condensateur est chargé à 95% de sa tension en régime permanent au bout d'une durée $\Delta t = 3,6$ min. Montrer alors qu'évaluer la tension u_C à l'instant $t = \Delta t$ permet d'obtenir la relation :
$$\Delta t = \tau \ln(20)$$
4. En déduire la valeur de τ puis celle de la capacité C de ce condensateur. Comparer la valeur obtenue à la capacité usuelle des condensateurs utilisés en travaux pratiques.
5. Montrer que l'intensité $i(t)$ s'exprime selon : $i(t) = \frac{E}{R}\mathrm{e}^{-t/(RC)}$.
6. Exprimer $\mathcal{E}_C$ l'énergie emmagasinée par le condensateur durant la charge.
7. Exprimer la puissance instantanée fournie par la source de tension à un instant t. En déduire que l'énergie fournie par le générateur durant la charge s'écrit $\mathcal{E}_g = CE(u_C(+\infty) - u_C(0^+))$.
8. En déduire la valeur du rendement de la charge $\eta = \frac{\mathcal{E}_C}{\mathcal{E}_g}$.

Réponse : 4. $C = 72$ F.

9 Décharge d'un condensateur dans un autre ⋆⋆

On considère le circuit ci-dessous. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur avec $u_1(0) = U_0$ et $u_2 = 0$.

1. Déterminer $u_1(t)$ et $u_2(t)$. Quelles sont leurs valeurs lorsque $t \to \infty$?
2. Faire le bilan énergétique.



Réponses : 1) $u_1(t) = \frac{C_1}{C_1+C_2}U_0 + \frac{C_2}{C_1+C_2}U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $\quad u_2(t) = \frac{C_1}{C_1+C_2}U_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.