

Déflexion électrique

Un condensateur plan a ses deux armatures séparées de la distance d portées aux potentiels $V_A = 0$ et $V_B = U > 0$

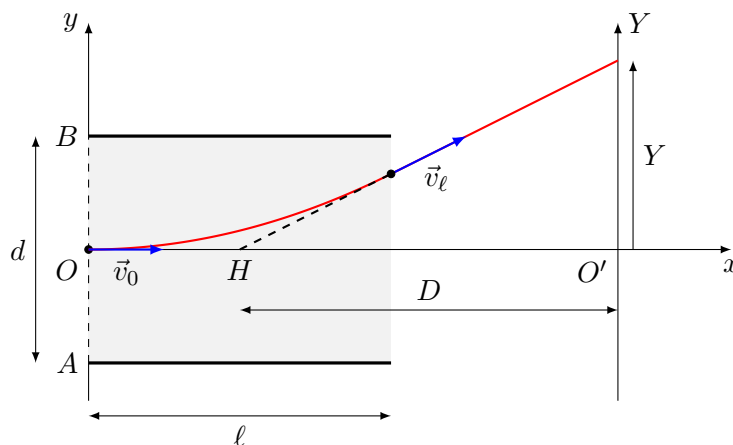
1. En supposant que le champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques (zone où $0 \leq x \leq \ell$) est uniforme, donner sa valeur et sa direction.

Des électrons de masse m et de charge $-e$ pénètrent en O dans le condensateur avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$.

2. Écrire les équations du mouvement de l'électron entre les plaques et en déduire la trajectoire sous la forme $y = f(x)$. Quelle est sa nature géométrique ?
3. En dehors des plaques ($x \geq \ell$), le champ électrique est nul et on suppose que l'influence de la gravité reste négligeable. Montrer que le mouvement de l'électron est alors rectiligne uniforme. Donner une équation cartésienne de la trajectoire. Montrer notamment que le prolongement de la portion rectiligne de la trajectoire coupe l'axe Ox en un point H d'abscisse $x = \ell/2$.

Un écran est placé à une distance D après H .

4. Déterminer l'ordonnée Y , nommée déflexion, du point où l'électron atteint l'écran ? On exprimera Y en fonction de e , U , ℓ , D , m , v_0 et d .
5. Quel était l'intérêt d'un tel dispositif ?



Corrigé :

1. Le champ $\vec{E}$ est orienté dans le sens des potentiels décroissants et donc de l'armature B vers l'armature A . Le champ $\vec{E}$ étant uniforme on peut écrire

$$\vec{E} = -\frac{U}{d} \vec{u}_y$$

2. Le poids étant négligeable, l'électron est uniquement soumis à la force électrique $\vec{F} = -e\vec{E}$. On se place dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.

Le principe fondamental de la dynamique donne :

$$m\vec{a} = -e\vec{E}$$

$$\vec{a} = \frac{eU}{md} \vec{u}_y$$

On a un mouvement à vecteur accélération constante : le mouvement se situe dans le plan défini par $(O, \vec{v}_0, \vec{a})$ c'est-à-dire dans le plan (Oxy) . On projette le PFD sur $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = \frac{eU}{md} \end{cases}$$

On intègre par rapport au temps et on détermine les constantes d'intégration à l'aide des conditions initiales : $\dot{x}(0) = v_0$ et $\dot{y}(0) = 0$:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = C_x = v_0 \\ \dot{y}(t) = \frac{eU}{md} t + C_y = \frac{eU}{md} t \end{cases}$$

On intègre à nouveau par rapport au temps et on détermine les constantes d'intégration à l'aide des conditions initiales : $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t & (1) \\ y(t) = \frac{eU}{2md} t^2 + C_z = \frac{eU}{2md} t^2 & (2) \end{cases}$$

On en déduit en éliminant, grâce à la relation (1) la variable $t = x/v_0$:

$$\boxed{y(x) = \frac{eU}{2md} \frac{x^2}{v_0^2}}$$

La trajectoire est une parabole.

3. Pour $x \geq \ell$ le champ électrique est nul. La vitesse est suffisamment élevée pour que la déflexion due à la gravité soit négligeable à l'échelle du dispositif. On a

$$m\vec{a} = \vec{0}$$

Le vecteur accélération est nul : le mouvement est rectiligne uniforme.

On calcule la dérivée

$$\frac{dy}{dx}(x) = \frac{eU}{md} \frac{x}{v_0^2}$$

qui permet de calculer la pente de la trajectoire au niveau de la sortie de la zone de champ (en $x = \ell$) :

$$\frac{dy}{dx}(\ell) = \frac{eU}{md} \frac{\ell}{v_0^2}$$

On en déduit l'équation de la droite

$$y - y(\ell) = \frac{eU}{mdv_0^2} \ell (x - \ell)$$

$$y - \frac{eU}{2mdv_0^2} \ell^2 = \frac{eU}{mdv_0^2} \ell (x - \ell)$$

$$\boxed{y = \frac{eU}{mdv_0^2} \ell \left(x - \frac{\ell}{2} \right)}$$

On vérifie que $y = 0$ pour $x = \frac{\ell}{2}$. La trajectoire rectiligne coupe l'axe Ox en $x = \ell/2$.

4. On en déduit

$$\boxed{Y = y \left(\frac{\ell}{2} + D \right) = \frac{eU}{mdv_0^2} \ell D}$$