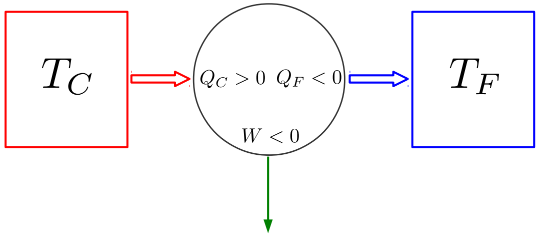
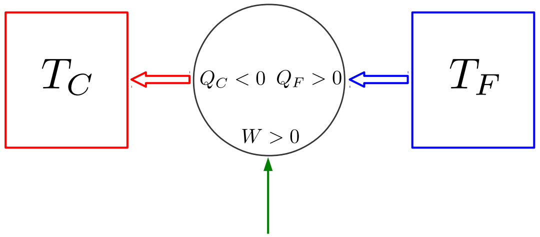
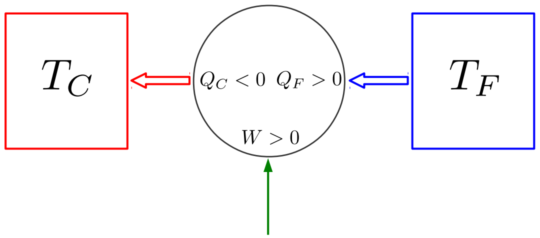
Machines thermiques

On considère des machines thermiques dithermes fonctionnant de manière cyclique entre une source chaude de température T_C et une source froide de température T_F. On note W le travail **reçu** par le fluide décrivant le cycle, Q_C et Q_F les transferts thermiques **reçus** par le fluide au contact respectivement de la source chaude et de la source froide pour un cycle.

Machine	**Principe de fonctionnement**	**Sens effectif des transferts d'énergie**		
Moteur	Le moteur prélève de l'énergie thermique à la source chaude, en convertit une partie en travail et cède l'énergie thermique restante à la source froide.		$Q_C > 0$ $Q_F < 0$ $W < 0$	rendement $r = \dfrac{\lvert W\rvert}{Q_C} = -\dfrac{W}{Q_C}$ $r \leqslant 1 - \dfrac{T_F}{T_C}$
Réfrigérateur	Un réfrigérateur (ou un climatiseur) prélève de la chaleur à la source froide et en cède à la source chaude, dans le but de refroidir la source froide. Cela n'est possible que si l'on fournit du travail à la machine.		$Q_F > 0$ $Q_C < 0$ $W > 0$	COP ou efficacité $\mathrm{COP_f} = \dfrac{Q_F}{W}$ $\mathrm{COP_f} \leqslant \dfrac{T_F}{T_C - T_F}$
Pompe à chaleur	Une PAC prélève de la chaleur à la source froide et en cède à la source chaude, dans le but de chauffer la source chaude. Cela n'est possible que si l'on fournit du travail à la machine.		$Q_F > 0$ $Q_C < 0$ $W > 0$	COP ou efficacité $\mathrm{COP_{PAC}} = \dfrac{\lvert Q_C\rvert}{W} = -\dfrac{Q_C}{W}$ $\mathrm{COP_{PAC}} \leqslant \dfrac{T_C}{T_C - T_F}$

Les valeurs maximales du rendement (pour un moteur) ou du coefficient de performance COP (pour un réfrigérateur ou un climatiseur) sont atteintes pour un **cycle réversible** appelé **cycle de Carnot**.

Un **cycle de Carnot** comporte **deux adiabatiques réversibles** et **deux isothermes réversibles** (une à $\boldsymbol{T = T_C}$, l'autre à $\boldsymbol{T = T_F}$). Il peut être moteur (on parle alors du moteur de Carnot) ou récepteur (pour un réfrigérateur ou une PAC).

Expression des deux principes pour un cycle : pour un cycle $\Delta U = 0$ et $\Delta S = 0$.

- Premier principe :
  $\Delta U = W + Q_C + Q_F = 0 \quad (1)$

- Second principe :
  pour un cycle $\Delta S = 0$ avec $\Delta S \geqslant \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F}$ d'où $\boxed{\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leqslant 0}$ (2) (inégalité de Clausius)

  l'égalité étant vérifiée pour un **cycle réversible** : $\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} = 0$.

Rendement d'un moteur (établissement de l'inégalité) :

$$r = -\frac{W}{Q_C}$$

d'après (1) : $-W = Q_C + Q_F$

$$r = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

d'après (2) : $\dfrac{Q_F}{T_F} \leqslant -\dfrac{Q_C}{T_C}$ d'où $\dfrac{Q_F}{Q_C} \leqslant -\dfrac{T_F}{T_C}$ ($Q_C > 0$ ainsi que la température T_F, le sens de l'inégalité est donc inchangé). On en déduit :

$$\boxed{r \leqslant 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

La valeur maximale est atteinte pour un cycle réversible (cycle de Carnot moteur).

Rendement d'un moteur de Carnot :

$$r = -\frac{W}{Q_C}$$

d'après (1) : $-W = Q_C + Q_F$

$$r = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

Pour un **cycle réversible** : $\Delta S = \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} = 0$. D'où $\dfrac{Q_F}{Q_C} = -\dfrac{T_F}{T_C}$. On en déduit le rendement du moteur de Carnot :

$$\boxed{r = 1 - \frac{T_F}{T_C}} \qquad \text{(Carnot)}$$

COP d'un réfrigérateur (établissement de l'inégalité)

$$\mathrm{CoP_f} = \frac{Q_F}{W}$$

d'après (1) : $Q_C = -Q_F - W$ on reporte dans (2) :

$$-\frac{Q_F}{T_C} - \frac{W}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leqslant 0$$

$$Q_F\left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_C}\right) \leqslant \frac{W}{T_C}$$

$$Q_F \frac{\overbrace{T_C - T_F}^{>0}}{T_F \cancel{T_C}} \leqslant \frac{\overbrace{W}^{>0}}{\cancel{T_C}}$$

$$\frac{Q_F}{W} \leqslant \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

$$\boxed{\mathrm{CoP_f} \leqslant \frac{T_F}{T_C - T_F}}$$

La valeur maximale est atteinte pour un cycle réversible (cycle de Carnot récepteur).

COP d'une machine de Carnot réfrigérante

$$\mathrm{CoP_f} = \frac{Q_F}{W}$$

d'après (1) : $W = -Q_C - Q_F$

$$\mathrm{CoP_f} = -\frac{Q_F}{Q_F + Q_C} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_F}}$$

Pour un **cycle réversible** : $\Delta S = \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} = 0$. D'où $\dfrac{Q_C}{Q_F} = -\dfrac{T_C}{T_F}$. On en déduit : $\boxed{\mathrm{CoP_f} = -\dfrac{1}{1 - \frac{T_C}{T_F}} = \dfrac{T_F}{T_C - T_F} \qquad \text{(Carnot)}}$.

COP d'une PAC (établissement de l'inégalité)

$$\mathrm{CoP}_{\mathrm{PAC}} = \frac{|Q_C|}{W} = -\frac{Q_C}{W}$$

d'après (1) : $Q_F = -Q_C - W$ on reporte dans (2) :

$$\frac{Q_C}{T_C} - \frac{W}{T_F} - \frac{Q_C}{T_F} \leqslant 0$$

$$-Q_C\left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_C}\right) \leqslant \frac{W}{T_F}$$

$$-Q_C\frac{\overbrace{T_C - T_F}^{>0}}{T_C} \leqslant \overbrace{W}^{>0}$$

$$-\frac{Q_C}{W} \leqslant \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

$$\boxed{\mathrm{CoP}_{\mathrm{PAC}} \leqslant \frac{T_C}{T_C - T_F}}$$

La valeur maximale est atteinte pour un cycle réversible (cycle de Carnot récepteur).

COP d'une machine de Carnot PAC

$$\mathrm{CoP}_{\mathrm{PAC}} = \frac{|Q_C|}{W} = -\frac{Q_C}{W}$$

d'après (1) : $-W = Q_C + Q_F$

$$\mathrm{CoP}_{\mathrm{PAC}} = \frac{Q_C}{Q_C + Q_F} = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}}$$

Pour un **cycle réversible** : $\Delta S = \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} = 0$. D'où $\dfrac{Q_F}{Q_C} = -\dfrac{T_F}{T_C}$. On en déduit :

$$\boxed{\mathrm{CoP}_{\mathrm{PAC}} = \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}} = \frac{T_C}{T_C - T_F}} \quad \text{(Carnot)}$$