Transformations d'un gaz parfait

1 ENAC 2016

*Trouver la (ou les) bonne(s) réponse(s) parmi les solutions proposées. Si aucune de ces solutions ne vous semble correcte, indiquer alors la réponse **E**. Vous devez dans tous les cas justifier votre choix.*

Dix moles d'hélium, gaz supposé parfait, sont enfermées dans les conditions usuelles de température ($T \simeq 300$ K) et de pression ($p \simeq 10^5$ Pa) dans un cylindre hermétique aux parois diathermanes (qui permettent les transferts thermiques d'énergie) muni d'un piston qui peut coulisser sans frottements. Pour l'exercice on donne la valeur approximative de la constante des gaz parfaits, $R \simeq 8$ J.K^{-1}.mol^{-1} et $\ln 2 \simeq 0,7$.

1. Quel est le volume $\mathcal{V}$ occupé par le gaz ?

   A) $0,24$ m^3 B) $0,24$ L C) 240 L D) 240 m^3

2. Exprimer l'énergie interne U et l'enthalpie H du gaz. On note n le nombre de moles.

   A) $U = \frac{3}{2}nRT$ B) $U = \frac{5}{2}nRT$ C) $H = \frac{5}{2}nRT$ D) $H = \frac{7}{2}nRT$

3. On effectue la transformation qui consiste à enfoncer le piston très lentement, à température T constante, de sorte à diviser par deux le volume du gaz dans le cylindre. Que vaut alors la pression dans l'enceinte à la fin de la transformation ?

   A) La pression vaut 10^5 Pa C) La pression vaut 2.10^5 Pa
   B) La pression vaut 5.10^5 Pa D) On ne peut pas la déterminer

4. Quel est le bilan énergétique et enthalpique de cette transformation ?

   A) $\Delta U = 0$ et $\Delta H = 0$ C) $\Delta U < 0$ et $\Delta H > 0$
   B) $\Delta U > 0$ et $\Delta H < 0$ D) On ne peut rien dire *a priori*

5. Que peut-on dire de la chaleur (ou transfert thermique) Q reçu par le gaz au cours de la transformation ?

   A) $Q > 0$ B) $Q = 0$ C) $Q < 0$ D) $Q = \Delta H$

6. Que vaut environ le travail W reçu par le gaz au cours de la transformation ?

   A) $W \simeq 1,7$ kJ C) $W = 0$
   B) $W \simeq -1,7$ kJ D) On ne peut rien dire *a priori*

Réponses :1. A ; 2. A et C ; 3. C ; 4. A ; 5. C ; 6. E.

2 Détente d'un gaz parfait

Généralités

On s'intéresse aux transformations subies par un gaz parfait diatomique, pour lequel les capacités thermiques molaires respectivement à volume et pression constante s'expriment sous la forme :

$$C_{Vm} = \frac{5}{2}R \quad \text{et} \quad C_{Pm} = \frac{7}{2}R$$

avec $R = 8,3$ J.mol^{-1}.K^{-1} : constante du gaz parfait.

1. Une mole de ce gaz parfait subit une transformation de l'état (P_1, V_1, T_1) à l'état (P_2, V_2, T_2). Exprimer la variation d'énergie interne associée ΔU en fonction de T_1, T_2 et de la donnée que vous jugerez utile.
2. Définir l'enthalpie H de ce gaz. Calculer de même la variation d'enthalpie ΔH en fonction de T_1, T_2 et de la donnée que vous jugerez utile.

Détente d'un gaz parfait

Une mole de dioxygène, considéré comme un gaz parfait diatomique, se trouve à la pression $P = 2,0$ bar et à la température $T = 280$ K. On lui fait subir une brusque détente dans l'atmosphère de pression supposée constante $P_0 = 1,0$ bar. Cette détente brutale est suffisamment rapide pour que l'on puisse négliger les transferts thermiques.

3. Par quel(s) qualificatif(s), parmi les suivants, peut-on qualifier la transformation que subit la mole de dioxygène ? On justifiera sa réponse.
   - quasistatique
   - isotherme ;
   - adiabatique ;
   - isobare ;
   - monobare ;
   - isochore.
4. Par application du premier principe de la thermodynamique, déterminer la valeur de la température T' atteinte par le gaz à la fin de la détente. On remarquera que $P = 2P_0$ et on en déduira une expression de T' en fonction de T ($\star\star\star$).

Réponse : $T' = \frac{2}{7}T\left(\frac{5}{2} + \frac{P_0}{P}\right)$; pour $P = 2P_0$: $T' = \frac{6}{7}T = 240$ K.

Calorimétrie

3 Mesure d'une chaleur latente de fusion par calorimétrie ⋆

On cherche à mesurer la chaleur latente (ou enthalpie) de fusion de la glace L_{fus}. Pour ce faire, on introduit dans un calorimètre, qui contient initialement une masse $m_e = 400$ g d'eau à la température $T_i = 20°\text{C}$, une masse $m_g = 25$ g de glace (eau sous forme solide).
On négligera la capacité thermique du calorimètre.

1. La glace que l'on introduit provient d'un récipient où se trouvait à l'équilibre thermodynamique de l'eau liquide et de la glace. Quelle est la température T_0 de la glace introduite dans le calorimètre ?

Au bout d'un certain temps, toute la glace a fondu et un nouvel équilibre thermodynamique est atteint, la température mesurée étant $T_f = 14°\text{C}$. On négligera toute perte thermique du calorimètre, et on supposera connue la capacité thermique massique de l'eau c_e.

2. Détailler les états initiaux et finaux, en vous focalisant notamment sur les grandeurs ou états physiques qui ont changé, pour les deux systèmes suivants :
   - Système 1 : 25 g de glace
   - Système 2 : 400 g d'eau
3. Écrire les variations d'enthalpie ΔH_1 et ΔH_2 subies par les deux systèmes lors de la transformation en fonction de m_e, m_g, L_{fus}, T_i, T_0, T_f et c_e.
4. Montrer que la variation d'enthalpie globale du système est nulle : $\Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$.
5. Déduire des questions précédentes l'expression de la chaleur latente L_{fus} en fonction des données du problème.

Réponse : $L_{\text{fus}} = 3,4.10^2$ kJ.kg^{-1}.

4 Chauffage d'un bâtiment ⋆⋆⋆

On considère un bâtiment, de capacité thermique $C = 1,0.10^7$ J.K^{-1} , dont l'énergie interne ne dépend que de la température. Sa température est supposée uniforme à chaque instant, et est portée à l'instant initial à $T_1 = 293$ K par un chauffage central de puissance maximale $\mathcal{P}_{max} = 150$ kW, la température extérieure étant égale à $T_0 = 273$ K.
On admettra que le transfert thermique algébriquement reçu par le bâtiment, de température T, pendant le temps dt, peut s'écrire sous la forme :

$$\delta Q = -aC(T - T_0)\,\mathrm{d}t \quad \text{avec } a = 5,0.10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$$

1. Commenter le signe de δQ.
2. Quelle serait la puissance du chauffage nécessaire pour maintenir une température constante T_1 ? Conclure sur la capacité du chauffage de l'énoncé à chauffer le bâtiment.

À $t = 0$, on arrête le chauffage, le bâtiment étant à la température $T(t = 0) = T_1$.

3. En appliquant le premier principe de la thermodynamique sur un intervalle de temps dt, établir que l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$ s'écrit :

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + aT = aT_0$$

4. En déduire l'expression de la température $T(t)$ du bâtiment au temps t.
5. On met le chauffage en marche à sa puissance maximale. Reprendre le calcul précédent pour obtenir une nouvelle équation différentielle. Exprimer la température T_∞ atteinte en régime permanent, puis faire l'application numérique. On ne demande pas de résoudre cette équation différentielle pour tout t.

Réponses :

1. Pour $T > T_0$, $\delta Q < 0$: le bâtiment cède de l'énergie thermique à l'extérieur.
2. $\mathcal{P} = 100$ kW.
3. $T(t) = T_0 + (T_1 - T_0)e^{-at}$.
4. $T_\infty = T_0 + \dfrac{\mathcal{P}_{max}}{aC} = 303$ K.