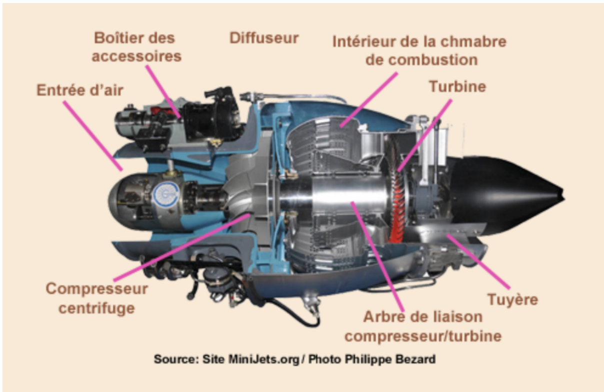
TD Th8b - Systèmes ouverts en régime stationnaire

1 Turboréacteur

Un turboréacteur destiné à la propulsion d'avions est schématisé sur la figure ci-dessous : l'air est comprimé dans le compresseur (C_p) calorifugé où il évolue de l'état E_1 à l'état E_2 ; puis l'air traverse une chambre de combustion (C_b) où il subit un réchauffement isobare de l'état E_2 à l'état E_3 ; puis il se détend dans une turbine (T_b) calorifugée où il évolue de l'état E_3 à l'état E_4 ; enfin l'air traverse une tuyère (T_y), conduite de section variable où il acquiert une vitesse importante c_5 et évolue de manière adiabatique de l'état E_4 à l'état E_5.

Les données concernant ces différents états sont fournies dans le tableau ci-dessous :

État	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
p en bar	1,0	5,0	5,0	2,5	1,0
T en K	288	$T_2 = ?$	1123	955	735



L'installation fonctionne en régime stationnaire. On néglige l'énergie cinétique de l'air partout sauf dans l'état E_5 à la sortie de la tuyère calorifugée où la vitesse vaut c_5. On néglige toute variation d'énergie potentielle de pesanteur à l'échelle de l'installation. L'air est assimilé à un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1,00$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

1. Calculer la vitesse c_5 de l'air à la sortie de la tuyère.

2. Exprimer les travaux w_{Cp} et w_{Tu} correspondant au transfert d'un kilogramme d'air respectivement dans le compresseur et dans la turbine en fonction des températures T_1, T_2 , T_3 et T_4. Sachant que le travail récupéré dans la turbine sert exactement à entraîner le compresseur, calculer T_2.

3. Calculer le transfert thermique q correspondant au transit d'un kilogramme d'air dans (C_b). En déduire la valeur numérique du rendement thermodynamique du réacteur défini par

$$r = \frac{\frac{1}{2}c_5^2}{q}.$$

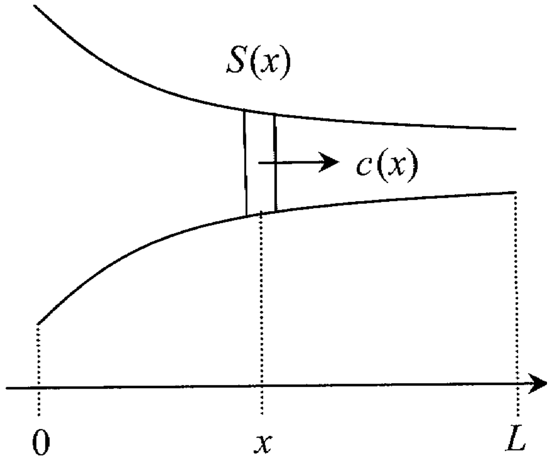
Réponses : 1) $c_5 = 663$ m.s^{-1}

2) $T_2 = T_1 + T_3 - T_4 = 456$ K

3) $r = \dfrac{T_4 - T_5}{T_3 - T_2} = 0,33$

2 Étude d'une tuyère

Un gaz supposé parfait est en écoulement permanent dans une tuyère rigide horizontale de section variable $S(x)$. L'écoulement a lieu sans frottement sur les parois, et on suppose qu'il est suffisamment lent pour être considéré quasistatique, mais toutefois suffisamment rapide pour être considéré adiabatique. Les particules de gaz (ou volumes mésoscopiques) situées dans une tranche d'épaisseur $\mathrm{d}x$ située autour de l' abscisse x ont une même vitesse $\vec{c} = c(x)\,\vec{e}_x$. On note $h(x)$ l'enthalpie massique, $v(x)$ le volume massique, $P(x)$ la pression, $T(x)$ la température, M la masse molaire du gaz et $\gamma = C_p/C_v$. On pourra considérer la vitesse d'entrée $c(0)$ quasi-nulle.



1. Quelle est la relation entre $h(x)$, $h(0)$ et $c(x)$?
2. Déduire de la question précédente l'expression de $c(x)$ en fonction de $P(x)$, $P(0)$, $T(0)$, γ, R et M. En déduire la valeur numérique de la vitesse de sortie $c(L)$ du gaz.
   Données : $P(0) = 1,2.10^5$ Pa, $P(L) = 1,0.10^5$ Pa, $T(0) = 3,0.10^2$ K, $M = 44$ g.mol^{-1}, $\gamma = 1,3$ et $R = 8,3$ J.K $^{-1}$.mol^{-1}.
3. En régime stationnaire, le débit massique (*i.e* la masse qui traverse une section de tuyère par unité de temps) est indépendant de x. Exprimer ce débit massique en fonction de c, S et μ la masse volumique du gaz, puis en fonction de c, S et v. En déduire une relation entre $\mathrm{d}S/S$, $\mathrm{d}v/v$ et $\mathrm{d}c/c$ (penser à utiliser la différentielle logarithmique).
4. On note $c_{\text{son}} = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$ la célérité du son dans le gaz et $m = c/c_{\text{son}}$ le nombre de Mach. On peut déduire des résultats précédents la relation :

$$\frac{\mathrm{d}S}{S} + (1 - m^2)\frac{\mathrm{d}c}{c} = 0$$

   On désire que la vitesse d'écoulement du gaz soit une fonction croissante de x. Comment doit évoluer la section S lorsque x augmente suivant que $c < c_{\text{son}}$ ou $c > c_{\text{son}}$?

Réponses :

2. • $c(x) = \left[\dfrac{2\gamma}{\gamma - 1}\dfrac{RT(0)}{M}\left(1 - \left(\dfrac{P(x)}{P(0)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$, $c(L) = 1,4.10^2$ m.s^{-1} ;

3. • $\dfrac{\mathrm{d}S}{S} + \dfrac{\mathrm{d}c}{c} - \dfrac{\mathrm{d}v}{v} = 0.$

3 Échangeur thermique (d'après CCP MP 2015)

Un échangeur thermique est un organe fréquemment utilisé dans les installations thermiques. On le trouve dans des pompes à chaleur, des machines à froid ou certains cumulus d'eau chaude.

Le principe d'un échangeur thermique est de permettre le transfert d'énergie thermique entre deux fluides. Dans l'étude menée ici, ce sont :

- l'eau glycolée circulant dans le cumulus d'eau chaude d'une part ;
- l'eau à usage domestique d'une habitation d'autre part.

Ces deux liquides, supposés indilatables et incompressibles, sont mis en contact thermique au sein de l'échangeur via des canalisations dans lesquelles ils se déplacent en sens opposé. C'est dans la zone active de l'échangeur, représentée sur les figures 1 et 2 ci-dessous, que s'opère le transfert thermique entre les deux fluides. Hormis sur leur surface commune, les canalisations sont calorifugées. Les échanges thermique ne s'opèrent donc qu'entre les deux fluides.

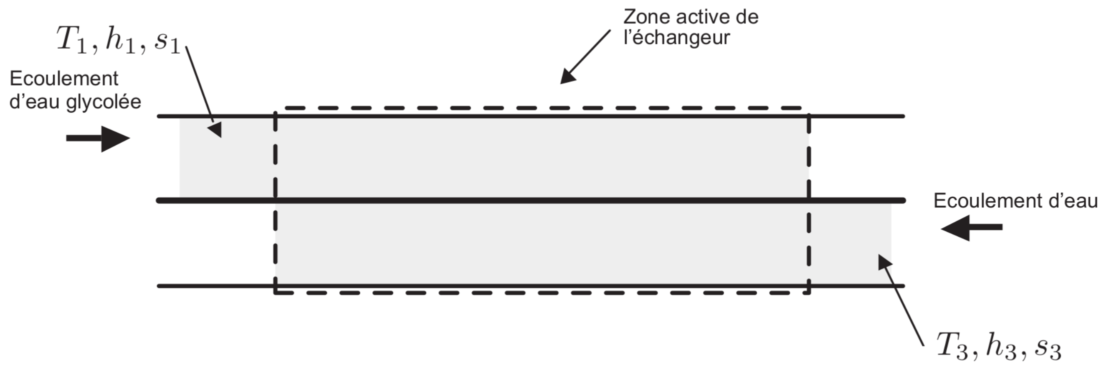


FIGURE 1 - Échangeur à l'instant initial

FIGURE 2 - Échangeur à l'instant final

On note d_e et d_g respectivement le débit massique d'eau et d'eau glycolée. On note également T_i et h_i respectivement : la température et l'enthalpie massique du fluide désigné par $i \in 1, 2, 3, 4$, sachant que :

- $i = 1$ fait référence à l'entrée d'eau glycolée dans la zone active.
- $i = 2$ fait référence à la sortie d'eau glycolée de la zone active.
- $i = 3$ fait référence à l'entrée d'eau dans la zone active.
- $i = 4$ fait référence à la sortie d'eau de la zone active.

Les écoulements sont supposés horizontaux et en régime stationnaire. On néglige la variation d'énergie cinétique des fluides lors de leur passage dans l'échangeur.

Bilan d'enthalpie

On donne l'expression du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert, disposant de plusieurs entrée et sortie, en écoulement permanent :

$$\sum_{k'\in\text{Sorties}} d_{k'}h_{k'} - \sum_{k\in\text{Entrées}} d_k h_k = p_u + p_{th} \qquad (1)$$

où p_u désigne la puissance utile reçue par le système au niveau des parois mobiles et p_{th} est la puissance reçue par transfert thermique.

1. Exprimer la relation (1) dans le cas de l'échangeur étudié. Retrouver cette relation en appliquant le premier principe pour un système ouvert à chaque écoulement pris séparément.
2. On note c_e et c_g respectivement la capacité thermique massique de l'eau et de l'eau glycolée. Déterminer la relation entre : c_g, c_e , d_g , d_e , T_1 , T_2 , T_3 et T_4.
3. On donne : $c_g = 3,29$ kJ.kg^{-1}.K^{-1} , $c_e = 4,18$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}, $d_g = 10,0$ kg.s^{-1}, $T_1 = 10,0$°C, $T_2 = 15,0$°C, $T_3 = 15,0$°C et $T_4 = 12,0$°C. Calculer numériquement le débit massique d'eau d_e.

Réponse : $d_g = 13,1$ kg.s^{-1}.

Lecture conseillée :

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK, *Le chaud qui venait du froid*, Pour la science n°316 Février 2004 p98-99